10

Placas láminas

Instituto Técnico
de la Estructura
en Acero



ITEA

ÍNDICE DEL TOMO 10

PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.1: Introducción al Comportamiento y Diseño de placas . 1

1 INTRODUCCIÓN 4
2 COMPORTAMIENTO BÁSICO DE UN ELEMENTO PLACA 5
2.1 Condiciones geométricas y de contorno 5
2.2 Carga en el plano 5
2.3 Carga fuera del plano 6
2.4 Determinación de la carga del elemento placa 6
2.5 Variaciones en el modo de pandeo 7
2.6 La analogía del enrrejado para el pandeo de placas 8
2.7 Comportamiento posterior al pandeo y anchuras eficaces 9
2.8 Influencia de las imperfecciones en el comportamiento de placas reales 10
2.9 Comportamiento elástico de placas con carga lateral 11
3 COMPORTAMIENTO DE PLACAS RIGIDIZADAS 14
4 RESUMEN FINAL 16
5 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 16

Lección 10.2: Comportamiento y Diseño de Placas no Rigidizadas .. 17

1 INTRODUCCIÓN 20
2 PLACAS NO RIGIDIZADAS BAJO CARGAS EN EL PLANO 21
2.1 Distribución de las cargas 21
2.1.1 Distribución derivada de la teoría de membrana 21

2.1.2 Distribución derivado de la teoría lineal-elástica, empleando la hiótesis de Bernouilli 21
2.1.3 Reparto derivado de los métodos de elementos finitos 22
2.2 Estabilidad de placas no rigidizadas 22
2.2.1 Teoría de pandeo lineal 22
2.2.2 Resistencia a la rotura de una placa no rigidizada 26
3 PLACAS NO RIGIDIZADAS SOMETIDAS A CARGAS FUERA DEL PLANO 34
3.1 Distribución de la carga 34
3.1.1 Distribución derivado de la teoría de placas 34
3.1.2 Distribución derivada de los métodos de elementos finitos ("finite element methods" (FEM)) 36
3.2 Flecha y resistencia a la rotura 36
3.2.1 Flechas 36
3.2.2 Resistencia a la rotura 37
4 INFLUENCIA DE LA CARGA FUERA DEL PLANO EN LA ESTABILIDAD DE PLACAS NO RIGIDIZADAS 38
5 RESUMEN FINAL 39
6 BIBLIOGRAFÍA 39

Lección 10.3: Comportamiento y Diseño de Placas Rigidizadas 43

1 INTRODUCCIÓN 44
2 PLACAS RIGIDIZADAS SOMETIDAS A CARGAS EN EL PLANO 46
2.1 Distribución de la carga 46
2.1.1 Distribución derivada de la teoría de membrana 46
2.1.2 Reparto de la carga derivada de la teoría lineal-elástica empleando la hipótesis de Bernouilli 46
2.1.3 Reparto derivado de los métodos de elementos finitos 46
2.2 Estabilidad de las placas rigidizadas 47
2.2.1 Teoría de pandeo lineal 47
2.2.2 Resistencia a la rotura de placas rigidizadas 51
3 PLACAS RIGIDIZADAS SOMETIDAS A CARGAS FUERA DEL PLANO 56
3.1 Reparto de la carga 56
3.1.1 Reparto derivado de la teoría de placas 56

3.1.2 Reparto derivado de un emparrillado con carga lateral, rellenado con elementos secundarios no rigidizados 56
3.1.3 Reparto derivado de métodos de elementos finitos (FEM) 56
3.2 Flechas y resistencia a la rotura 56
4 INFLUENCIA DE LA CARGA FUERA DEL PLANO EN LA ESTABILIDAD DE LAS PLACAS RIGIDIZADAS 57
5 RESUMEN FINAL 58
6 BIBLIOGRAFÍA 58

Lección 10.4.1: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas I 59

1 INTRODUCCIÓN 62
1.1 Tipos 62
1.2 Dimensiones 63
2 CONCEPTOS DEL DISEÑO 67
3 INFLUENCIA DEL PANDEO EN EL DISEÑO 67
3.1 Pandeo del alma por cizalladura 67
3.2 Pandeo de la viga por torsión lateral 67
3.3 Pandeo local del ala comprimida 67
3.4 Pandeo del alma por flexión 67
3.5 Pandeo vertical del ala comprimida 68
3.6 Pandeo local del alma 68
4 RESISTENCIA DEL ALMA POSTERIOR AL PANDEO 69
5 PLANTEAMIENTOS DEL DISEÑO 70
6 RESUMEN FINAL 71
7 BIBLIOGRAFÍA 71
8 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 71

Lección 10.4.2: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas II 73

1 INTRODUCCIÓN 76
2 RESISTENCIA AL PANDEO POR CIZALLADURA 77
2.1 Cálculo de la resistencia al pandeo por cizalladura mediante el método post-crítico simple 77

2.2 Cálculo de la resistencia al pandeo por cizalladura mediante el método de campo de tensión 79
3 INTERACCIÓN ENTRE CORTANTE Y FLEXIÓN 83
3.1 Interacción entre cortante y flexión en el método post-crítico simple 83
3.2 Interacción entre cortante y flexión en el método de campo de tensión 84
4 RESUMEN FINAL 85
5 BIBLIOGRAFÍA 85
6 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 85

Lección 10.4.3: Diseño de vigas Armadas-Particularidades 87

1 INTRODUCCIÓN 90
2 RIGIDIZADORES DE ALMA TRANSVERSALES 91
3 ELEMENTOS EXTREMOS Y DIAGONALES 94
4 “INESTABILIDAD LOCAL” DEL ALMA 97
5 RIGIDIZADORES DE ALMA LONGITUDINALES 99
6 VIGAS DE ALMA CON ABERTURAS 100
7 RESUMEN FINAL 101
8 BIBLIOGRAFÍA 101
9 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 101

Lección 10.5.1: Diseño de Vigas Cajón 103

1 INTRODUCCIÓN 106
2 CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LAS VIGAS CAJÓN COMPARADAS CON LAS VIGAS ARMADAS 108
3 ANÁLISIS GLOBAL 109
4 DISEÑO DE RIGIDIZADORES 110
5 PANDEO DEL ALMA 111
6 TORSIÓN 112
7 DIAFRAGMAS 113

7.1 Función y descripción generales 113
7.2 Diafragmas intermedios 113
7.3 Diafragmas de apoyo 113
8 DETALLES 114
9 RESUMEN FINAL 116
10 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 116

Lección 10.5.2: Métodos Avanzados para Puentes de Vigas Cajón .. 117

1 INTRODUCCIÓN 120
2 MÉTODOS DE ANÁLISIS GLOBAL 121
3 EMPARRILLADO 122
3.1 Selección del emparrillado 122
3.2 Puentes esviados 122
3.3 Efectos locales sobre los tableros 122
3.4 Rigidez de los elementos del emparrillado a la torsión y a la flexión . 123
3.5 Elementos longitudinales del emparrillado 124
3.6 Interpretación del resultado de un análisis de emparrillado 124
4 ANÁLISIS DE PLACA ORTOTRÓPICA 125
5 ANÁLISIS DE PLACA PLEGADA 126
5.1 Análisis de placa plegada: viga de alma llena sobre cimientos elásticos 126
6 ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS 127
7 DISTORSIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL 128
7.1 Cálculo de las fuerzas en los diafragmas 128
7.2 Diafragmas sobre pilas 129
8 DEFORMACIÓN POR CORTANTE 131
9 RESUMEN FINAL 132
10 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 132

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas 133

1 INTRODUCCIÓN 136
2 POSIBLES MODOS DE COMPORTAMIENTO 139

3 IMPORTANCIA DE LAS IMPERFECCIONES 141
4 RESUMEN FINAL 144
5 BIBLIOGRAFÍA 144

Lección 10.7: Análisis Básico de Estructuras de Láminas 145

1 INTRODUCCIÓN 148
2 FLEXIÓN Y ESTIRAMIENTO DE LÁMINAS DELGADAS 149
3 PANDEO DE LÁMINAS-TEORÍA DE PANDEO LINEAL Y NO LINEAL 151
4 COMPORTAMIENTO DE LÁMINAS DELGADAS POSTERIOR AL PANDEO 153
5 ANÁLISIS NUMÉRICO DEL PANDEO DE LÁMINAS 155
6 COMPORTAMIENTO DE PANDEO Y POSTERIOR AL PANDEO DE BARRAS, PLACAS Y LÁMINAS 157
7 SENSIBILIDAD A LAS IMPERFECCIONES 161
8 RESUMEN FINAL 164
9 BIBLIOGRAFÍA 164
10 BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL 164

Lección 10.8: Diseño de Ciindros No Rigidizados 165

1 INTRODUCCIÓN 168
2 CILINDROS NO RIGIDIZADOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN AXIAL 169
3 CILINDROS NO RIGIDIZADOS SOMETIDOS A PRESIÓN EXTERNA 175
4 CILINDROS NO RIGIDIZADOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN AXIAL Y PRESIÓN EXTERNA 178
5 RESUMEN FINAL 179
6 BIBLIOGRAFÍA 179

Lección 10.9: Diseño de Láminas Cilíndricas Rigidizadas 181

1 INTRODUCCIÓN 184
2 PANDEO DE LÁMINAS RIGIDIZADAS 185

3 LÁMINAS CILÍNDRICAS CON RIGIDIZADORES LONGITUDINALES Y SOMETIDAS A COMPRESIÓN MERIDIONAL 187
4 LIMITACIÓN DE LAS IMPERFECCIONES 188
5 CONDICIONES DE RESISTENCIA 189
6 PANDEO DE PANEL LOCAL 190
7 PANDEO DE ELEMENTO RIGIDIZADO 191
8 PANDEO LOCAL DE LOS LARGUEROS 194
9 RESUMEN FINAL 195
10 BIBLIOGRAFÍA 195

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.1: Introducción al Comportamiento y Diseño de placas

OBJETIVOS/CONTENIDO

Servir de introducción a la serie de lecciones sobre placas, mostrando sus diferentes usos para el soporte de cargas en el plano y fuera del plano y los principales modos de comportamiento, como placas simples y como montajes de placas rigidizadas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Ninguno.

LECCIONES AFINES

Lección 10.2: Comportamiento de Placas no Rigidizadas

Lección 10.3: Comportamiento de Placas Rigidizadas

RESUMEN

Esta lección sirve de introducción al empleo de placas y de montajes de placas en estructuras de acero. Se describe el comportamiento básico de elementos placa sometidos a una carga en el plano y fuera del plano, subrayando la importancia de la geometría y de las condiciones de contorno. Se presentan los modos básicos de pandeo y la interacción de las mismas. Se presenta el concepto de anchura eficaz y se describe la influencia de los defectos en el comportamiento práctico de las placas. También se hace una introducción al comportamiento de las placas rigidizadas.

1. INTRODUCCIÓN

Las placas son elementos muy importantes en las estructuras de acero. Pueden montarse formando cuerpos completos mediante el proceso básico de laminado (como secciones laminadas en caliente), mediante flexión (como secciones conformadas en frío) y mediante soldadura. La eficacia de estas secciones se debe a la utilización de la elevada rigidez en el plano de un elemento placa para sostener el borde del elemento contiguo, controlando así el comportamiento fuera del plano de este último.

El tamaño de las placas en las estructuras de acero varía de unos 0,6 mm de espesor y 70 mm de anchura en una placa de acero ondulada, a 75 mm de espesor y 3 m de anchura en una gran estructura industrial o de plataforma petrolífera. Cualquiera que sea la escala de la construcción, el elemento placa tendrá un espesor t mucho menor que la anchura b, o la longitud a. Como se verá más adelante, el parámetro geométrico más importante de las placas es b/t y este variará, en una estructura de placas eficaz, dentro de un margen entre 30 y 250.

2. COMPORTAMIENTO BÁSICO DE UN ELEMENTO PLACA

La comprensión de una estructura de placas ha de comenzar con la compresión de los modos de comportamiento de un elemento placa.

2.1 Condiciones geométricas y de contorno

Los parámetros geométricos importantes son el espesor t, la anchura b (medida por lo general transversalmente a la dirección de la mayor tensión directa) y la longitud a, ver figura 1a. La relación b/t, denominada a menudo esbeltez, influye en el pandeo local del elemento placa; la relación a/b también puede influir en los modelos de pandeo y tener un efecto significativo sobre la resistencia.

Además de por las dimensiones geométricas, la resistencia de la placa se rige por las condiciones de contorno. La figura 1 muestra cómo la respuesta a distintos tipos de carga está influenciada por diferentes condiciones de contorno. La respuesta a una carga en el plano que no causa pandeo de la placa se ve influenciada únicamente por condiciones de contorno en el plano, de tensión planal, figura 1b. En principio, la respuesta a una carga fuera del plano solo está influenciada por las condiciones de contorno para movimiento transversal y momentos de borde, figura 1c. Sin embargo, con cargas mayores las respuestas a ambas condiciones de carga están influenciadas por las cuatro condiciones de contorno. Las condiciones fuera del plano influyen en el pandeo local de la figura 1d; las condiciones en el plano influyen en el efecto membrana que desarrolla grandes desplazamientos (> t) bajo cargas laterales, figura 1e.

2.2 Carga en el plano

Como se muestra en la figura 2a, los tipos básicos de carga en el plano aplicada en el borde de un elemento placa son la carga repartida, que puede aplicarse a todo un lado, y la carga por zonas, que puede aplicarse localmente.

Cuando una placa se pandea es especialmente importante distinguir entre los desplazamientos aplicados, figura 2b, y las tensiones aplicadas, figura 2c. Los primeros permiten una redistribución de la tensión por elemento; la zona central, más flexible, deja escapar las tensiones

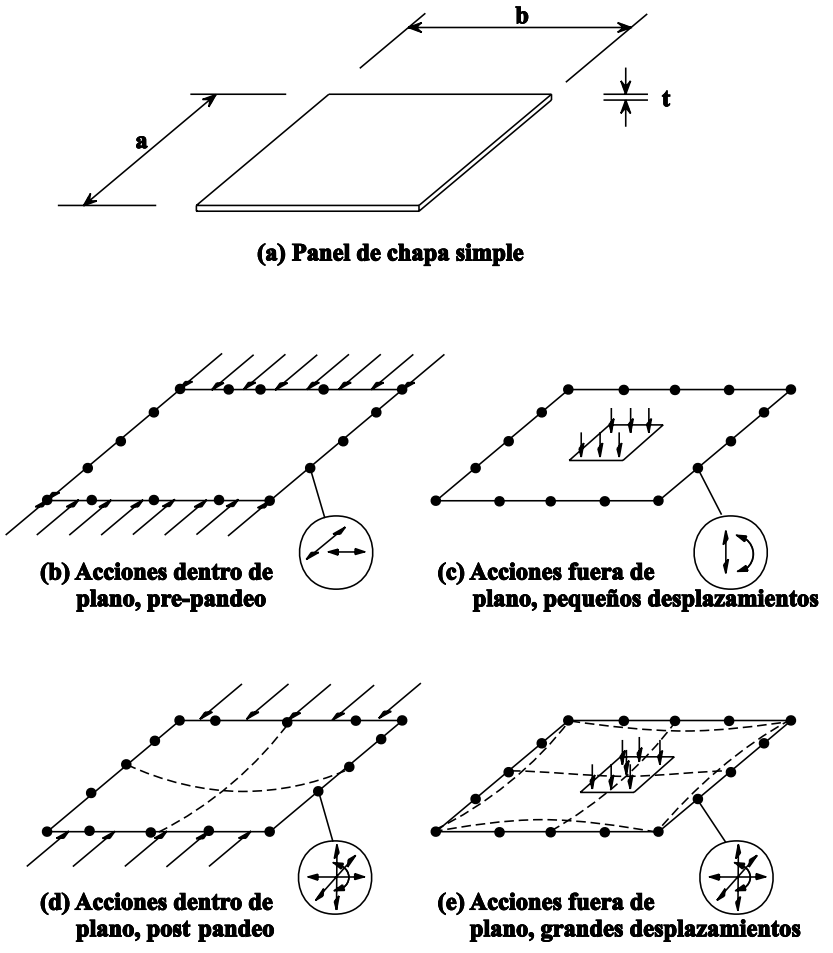


Figura 1 Condiciones de borde significativas para paneles de chapa

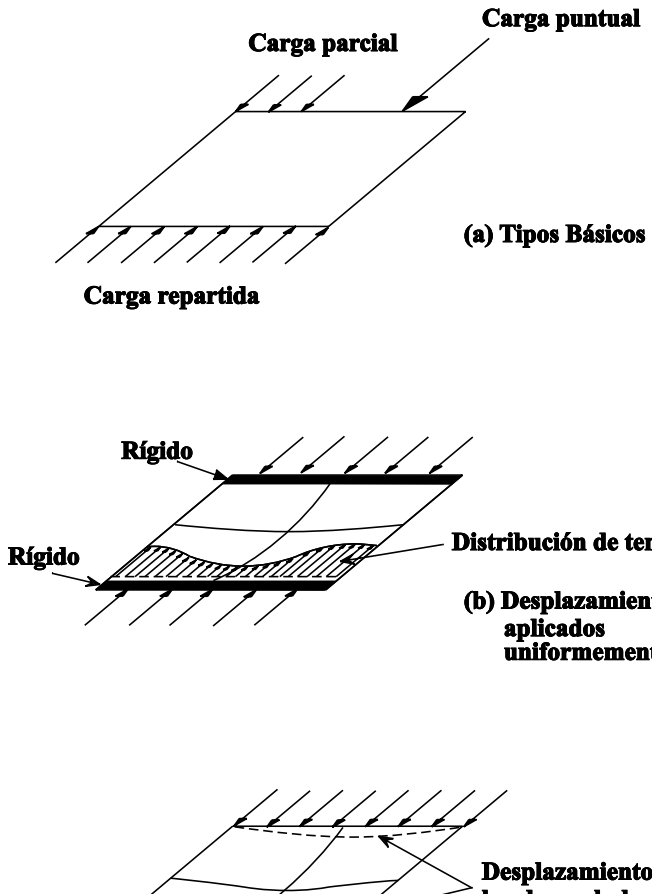


Figura 2 Tipos de acción en el plano

hacia los bordes proporcionando una valiosa resistencia posterior al pandeo. Las segundas, más raras, conducen a un colapso más temprano de la zona central de la placa, con una deformación en el plano por parte de los bordes sometidos a carga.

2.3 Carga fuera del plano

La carga fuera del plano puede ser:

- Uniforme por todo el elemento, figura 3a, por ejemplo la base de un depósito de agua.
- Variable por todo el elemento, figura 3b, por ejemplo un lado de un depósito de agua.

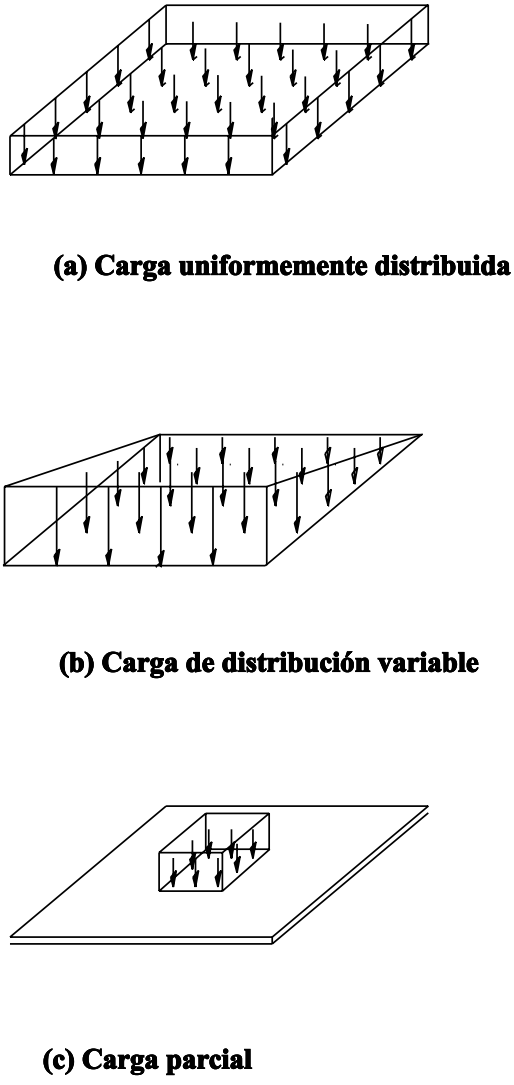


Figura 3 Tipos de acciones fuera de plano

- Una zona localizada en parte del elemento, figura 3c, por ejemplo la carga de una rueda sobre un tablero de puente.

2.4 Determinación de la carga del elemento placa

En algunos casos, como en el de la figura 4a, el reparto de las cargas de borde en los elementos de una estructura de placas es obvia. En otros, las flexibilidades en el plano de los elementos dan lugar a unos repartos de las tensiones que no pueden predecirse desde la simple teoría. En la viga cajón de la figura 4b, la flexibilidad a cizalladura en el plano de las cabezas conduce a una deformación en el plano de cara

superior. Cuando éstas se interrumpen, por ejemplo al cambiar de dirección el esfuerzo cortante en el diafragma central, el cambio resultante en la deformación a cizalladura da lugar a un reparto no lineal de la tensión directa en la cara superior; esto se denomina "deformación por cizalladura" ("shear lag").

En cuerpos constituidos por elementos placa, como la viga cajón de la figura 5, muchos de los componentes de la placa están sometidos a más de un componente de efecto activo en el plano. Solo el elemento A carece de cizalladura coincidente con la compresión longitudinal.

Si el sistema de viguetas EFG fuera un medio de introducir acciones adicionales en la caja, habría también tensiones directas transversales derivadas de la interacción entre la placa y los rigidizadores.

2.5 Variaciones en el modo de pandeo

i. Relación de dimensiones a/b

En un elemento placa largo, como el que muestra la figura 6, la mayor inhibición inicial al pandeo es la rigidez transversal a la flexión de la placa, entre bordes no cargados. (Al moverse la placa más hacia el régimen posterior al pandeo, los efectos membrana transversales se hacen importantes al deformarse la placa en una forma no desarrollable).

Como ocurre con cualquier inestabilidad de un medio continuo, es posible más de un modo de pandeo, en este caso con una semionda transversalmente y semiondas longitudinalmente. Conforme aumenta la relación de dimensiones el modo crítico cambia, tendiendo a una situación en la que la longitud de la semionda a/m = b. El comportamiento de un elemento placa largo puede por tanto diseñarse de

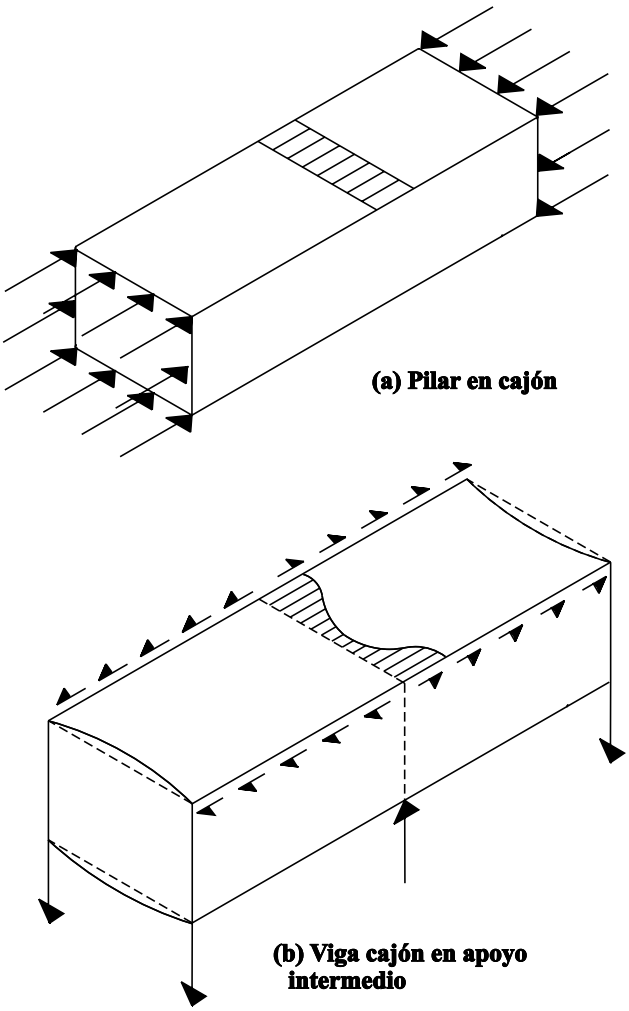


Figura 4 Efecto de desfase de cortante en la distribución de la tensión en perfiles de chapas

forma precisa tomando un elemento cuadrado, de apoyo simple.

ii. Condiciones de flexión

Como muestra la figura 7, las condiciones de contorno influyen en las formas de pandeo y en las tensiones críticas de las placas elásticas. La mayor influencia la ejerce la presencia o ausencia de apoyos simples, por ejemplo la retirada del apoyo simple a un borde entre la casilla 1 y la 4 reduce la tensión de pandeo en un factor de 4,0/0,425 o 9,4. Por el contrario, la introducción de embridado rotacional en un borde entre la casilla 1 y la 2

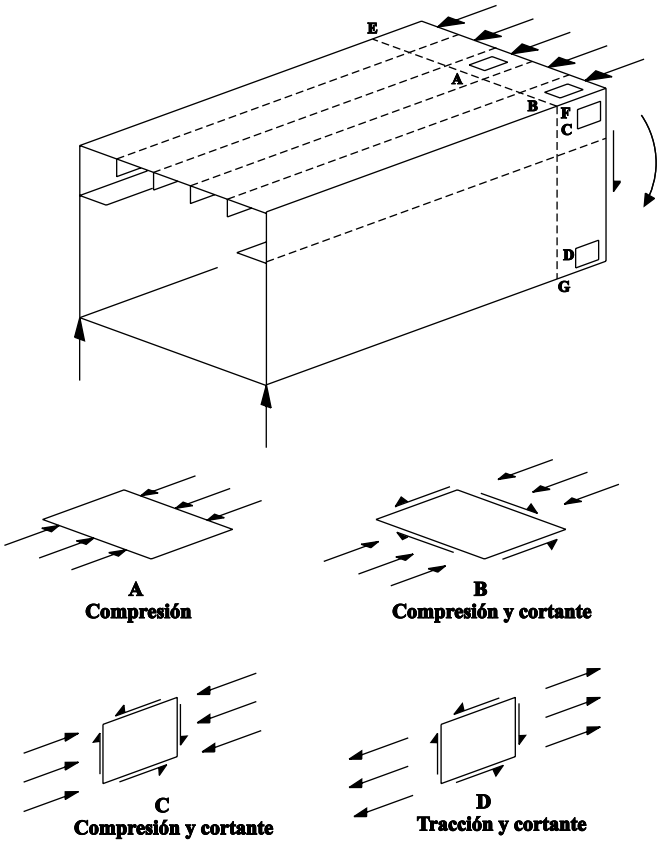


Figura 5 Ejemplos de los componentes de la acción en placas de viga cajón

aumenta la tensión de pandeo en 1,35.

iii. Interacción de modos

Cuando haya más de un componente de efecto activo habrá más de un modo, y por ello puede haber interacción entre los modos. Así, en la figura 8b(i) la presencia de una compresión transversal pequeña no modifica el modo de pandeo. Sin embargo, como se muestra en la figura 8b(ii), una compresión transversal elevada hará que el panel se deforme en una sola semionda. (En algunas circunstancias este forzamiento a un modo más alto puede aumentar la resistencia; por ejemplo, en el caso 8b(ii) la compresión transversal/de deformación previa puede aumentar la resistencia a la compresión longitudinal). El pandeo cizalladura, según se muestra en la figura 8c, es básicamente la interacción entre la compresión diagonal desestabilizadora y la tensión estabilizadora de la otra diagonal.

Cuando existen modos de pandeo similares sometidos a efectos activos distintos, las tensiones de pandeo bajo las acciones combinadas son menos que las que hay bajo acciones individuales. La figura 9 muestra las interacciones de pandeo bajo compresión combinada, y bajo compresión uniaxial y esfuerzo cortante.

2.6 La analogía del enrejado para el pandeo de placas

Una forma útil de plantearse el comportamiento de pandeo de una placa es en

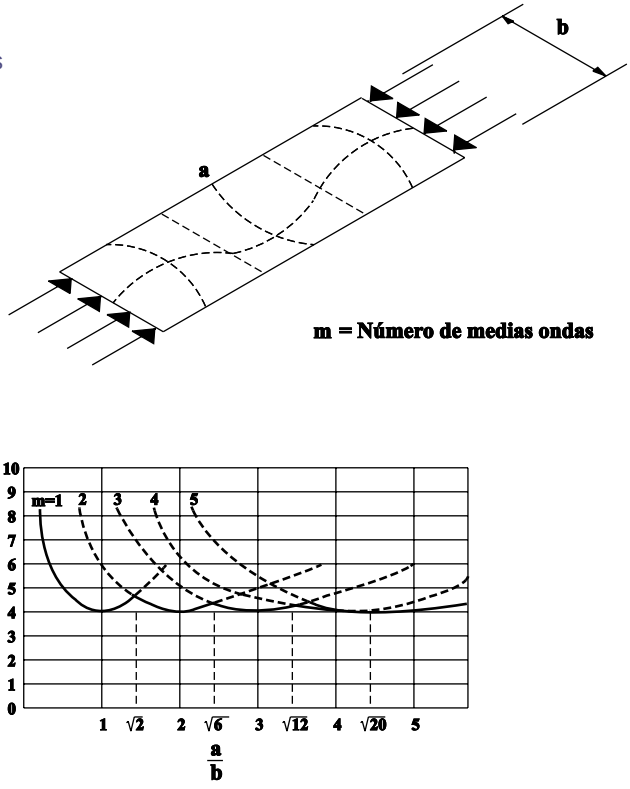


Figura 6 Variaciones en el modo de pandeo respecto a la relación largo/ancho para una placa con compresión longitudinal

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 Et^2}{12(I-\upsilon^2)b^2}$$

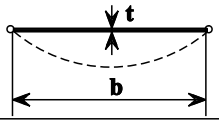
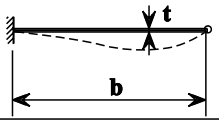
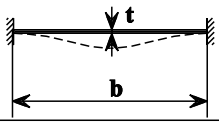
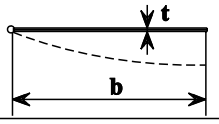
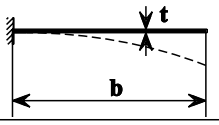
Caso	Forma de soportación de viga		k
1	Placa biapoyada		4,00
2	Placa empotrada-apoyada		5,42
3	Placa biempotrada		6,97
4	Placa apoyada-libre		0,425
5	Placa empotrada-libre		1,277

Figura 7 Coeficiente de pandeo de placa en compresión para varias condiciones de borde

la forma del enrejado de la figura 10. Una serie de pilares longitudinales soportan las acciones longitudinales. Cuando se pandean, las más próximas al borde poseen un mayor embridado que las cercanas al centro desde los miembros de flexión transversales. Poseen por ello una mayor rigidez posterior al pandeo y soportan una mayor proporción de la carga. Conforme el enrejado se mueve más hacia el régimen posterior al pandeo, la acción de membrana transversal incrementa el embridado de pandeo transversal.

2.7 Comportamiento posterior al pandeo y anchuras eficaces

Las figuras 11 a, b y c describen con más detalle la variación del reparto de las tensiones conforme la placa se pandea siguiendo la trayectoria de equilibrio que muestra la figura 11d. Cuando la placa comienza a pandearse las tensiones se redistribuyen hacia los bordes rigidizados. Según prosigue el pandeo esta redistribución se hace más extrema (la franja central de placas esbeltas puede traccionarse antes de que la placa falle). También se forman tensiones de membrana transversales. Estas se autoequilibran salvo que la placa tenga bordes en el plano empotrados; a la tracción en la zona central, que restringe el pandeo, se opone la compresión en los bordes, que quedan empotrados a consecuencia del movimiento fuera del plano.

El examen de las tensiones longitudinales no lineales de las figuras 1a y c demuestra que es posible reemplazar estas tensiones por bloques de tensión rectangulares que poseen la misma tensión máxima y el mismo efecto de acción. Esta anchura eficaz de la placa (inclu-

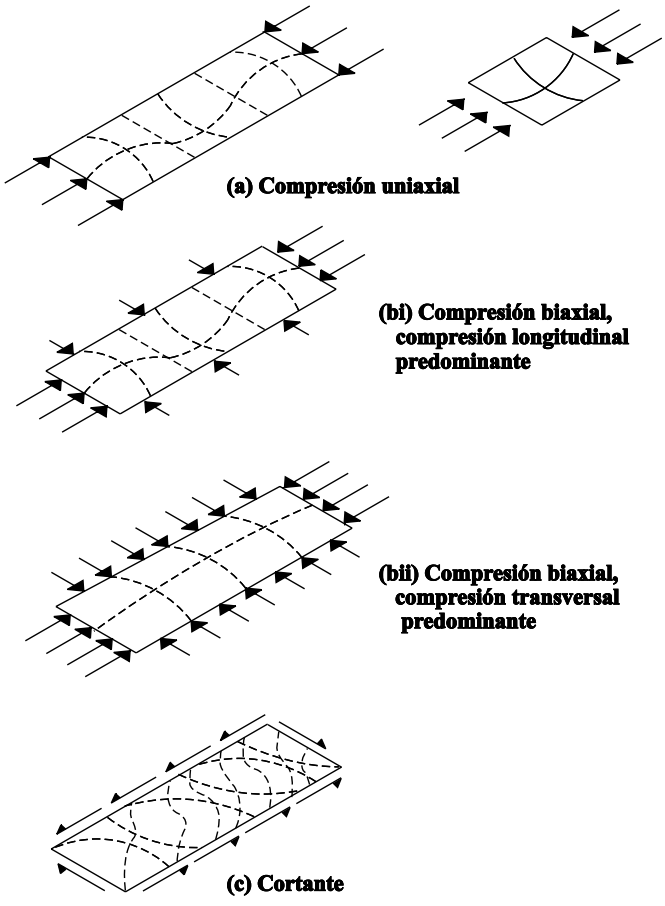


Figura 8 Modos de pandeo de placas

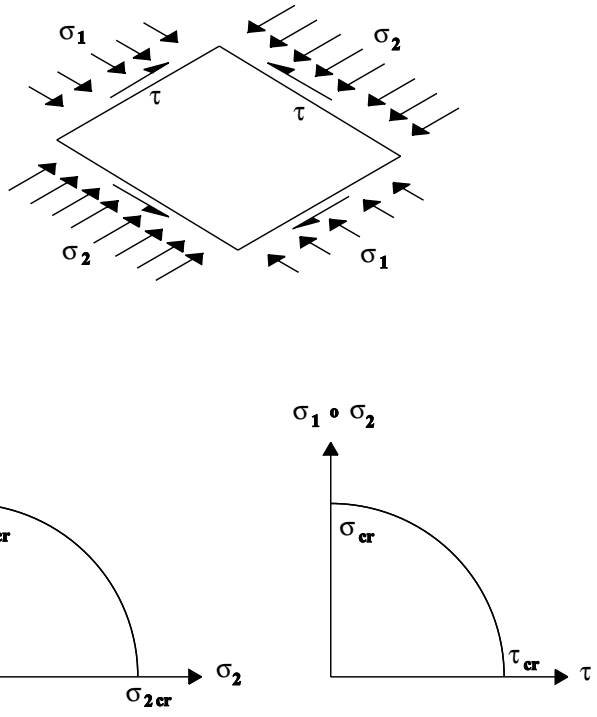


Figura 9 Diagramas de interación de modos de pandeo de placas panel

yendo $b_{eff}/2$ en cada lado) resulta ser un concepto de diseño muy útil. La figura 11e muestra cómo la anchura eficaz varía con la esbeltez (λ_p es una medida de la esbeltez de la placa, independiente de la tensión de fluencia; λ_p = 1,0 corresponde a valores de b/t de 57, 53 y 46 para f_y de 235, 275 y 355 respectivamente).

En la figura 12 se muestra cómo se pueden combinar las anchuras eficaces de los elementos de una placa para proporcionar la sección transversal eficaz de un miembro.

2.8 Influencia de las imperfecciones en el comportamiento de placas reales

Como todas las estructuras de acero, los elementos placa contienen tensiones residuales procedentes de la fabricación y posterior soldadura en montajes de placa, y no son perfectamente planos. Lo que se ha expuesto anteriormente sobre el comportamiento de los elementos placa se refiere a una placa ideal, perfecta. La figura 13 muestra cómo las imperfecciones modifican el comportamiento de las placas prácticas. El comportamiento de una placa esbelta es asintótico respecto al de la placa ideal, y la resistencia disminuye poco. Cuando se trata de placas de esbeltez intermedia (lo que se da con frecuencia en la práctica), la placa imperfecta presentará una resistencia considerablemente menor a la prevista para la placa perfecta.

La figura 14 representa un resumen de la resistencia de placas reales de distinta esbeltez. Muestra la disminución de la resistencia debido a las imperfecciones, así como la resistencia posterior al pandeo de placas esbeltas.

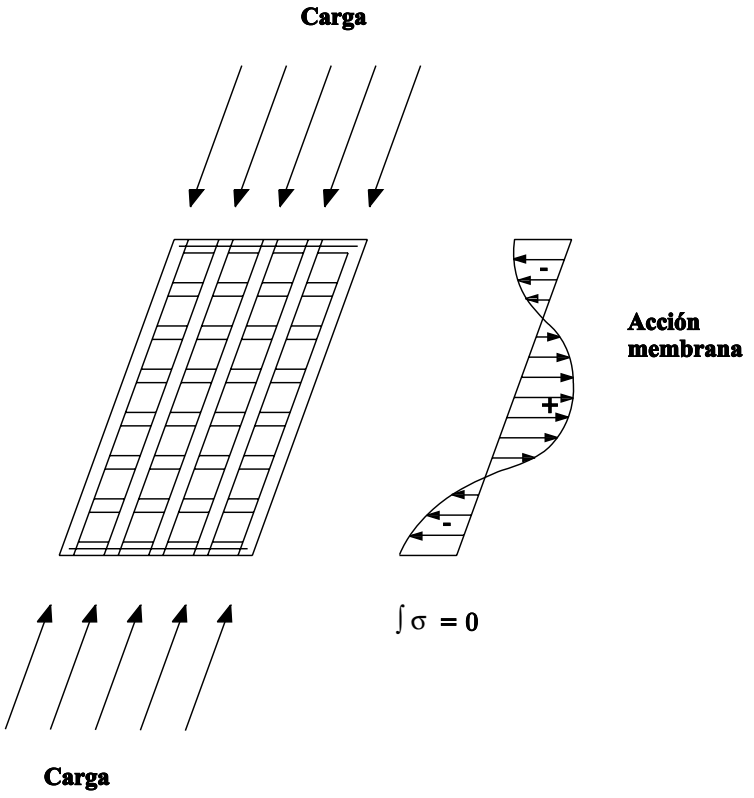


Figura 10 Modelo emparrillado de placa en compresión

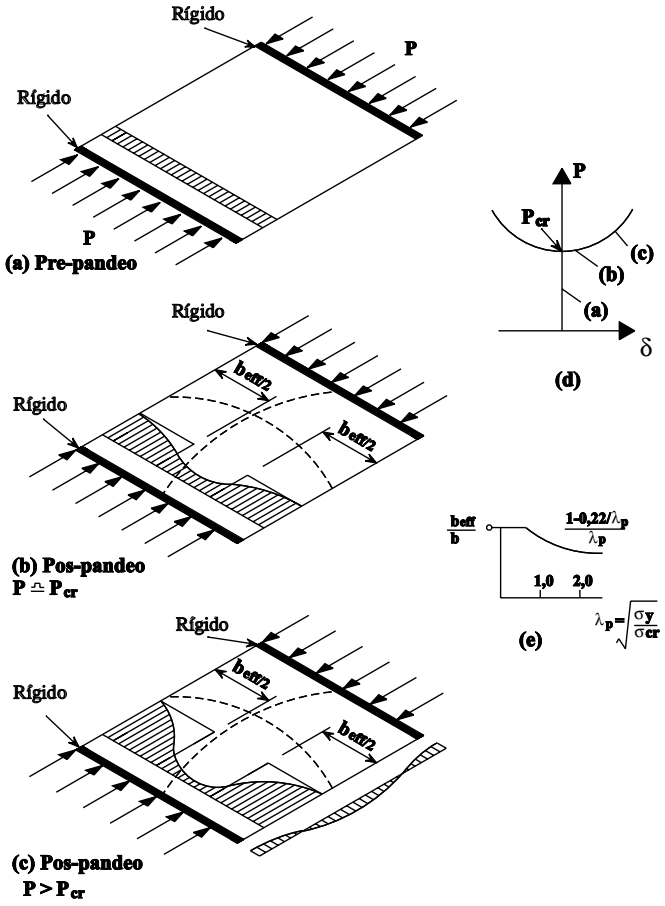


Figura 11 Comportamiento a pandeo de placa cuadrada en compresión con extremos simplemente apoyados, libre para tirar de los extremos rigidizados

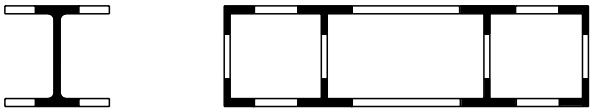
2.9 Comportamiento elástico de placas con carga lateral

El comportamiento elástico de placas con carga lateral está influenciado de forma considerable por las condiciones de apoyo. Si la placa descansa sobre soportes simples, figura 15b, se flectará en una forma parecida a un platillo y las zonas de las esquinas se levantarán de sus apoyos. Si está unida a los soportes, figura 15c, por ejemplo mediante soldadura, se evita ese levantamiento y aumenta la rigidez y capacidad de la placa. Si los bordes están empotrados, figura 15d, los momentos de contorno aumentan tanto la rigidez como la resistencia.

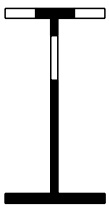
Las placas esbeltas puede muy bien flectarse elásticamente en un amplio régimen de desplazamiento (típicamente d > t). En esos casos la respuesta de flexión mejora de manera significativa merced a la acción de membrana de la placa. Esta acción de membrana alcanza su máxima eficacia si los bordes están completamente empotrados. Incluso si solo se mantienen parcialmente derechos por su propia rigidez en el plano, es con grandes flechas cuando más se aprecia el aumento de la rigidez y la resistencia.

La figura 15 compara el comportamiento de una placa semejante con diferentes condiciones de contorno.

En la figura 16 se representan los modos de comportamiento que tienen lugar si las placas están sometidas a la suficiente carga como para que se desarrollen marcas lineales de fluencia total. El mayor número de líneas de fluencia conforme mejoran las condiciones de contorno constituye una medida cualitativa del aumento de resistencia.



(a) Sección efectiva (sombreado) para elementos típicos en compresión axial.



(b) Sección efectiva (sombreado) para vigas armadas tipo bajo momentos positivos.

Figura 12 Aplicación de anchos efectivos de placas para determinar la sección transversal efectiva

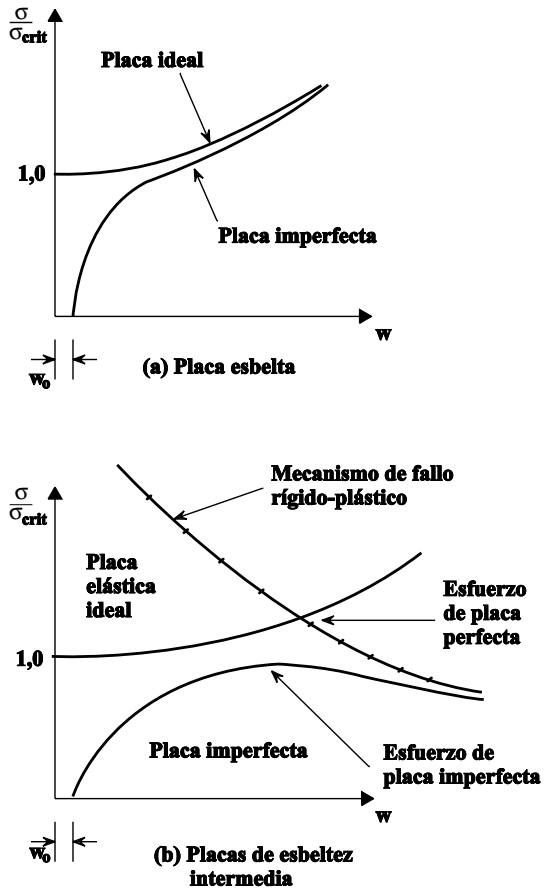


Figura 13 Influencia de las imperfecciones en el comportamiento de placas en compresión de diferente esbeltez

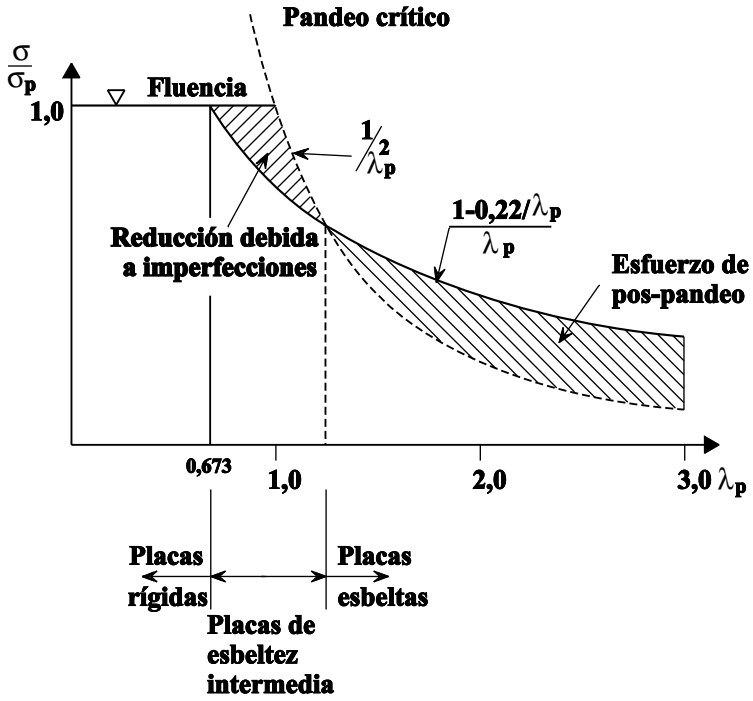


Figura 14 Relación entre esbeltez de chapa y esfuerzo en compresión

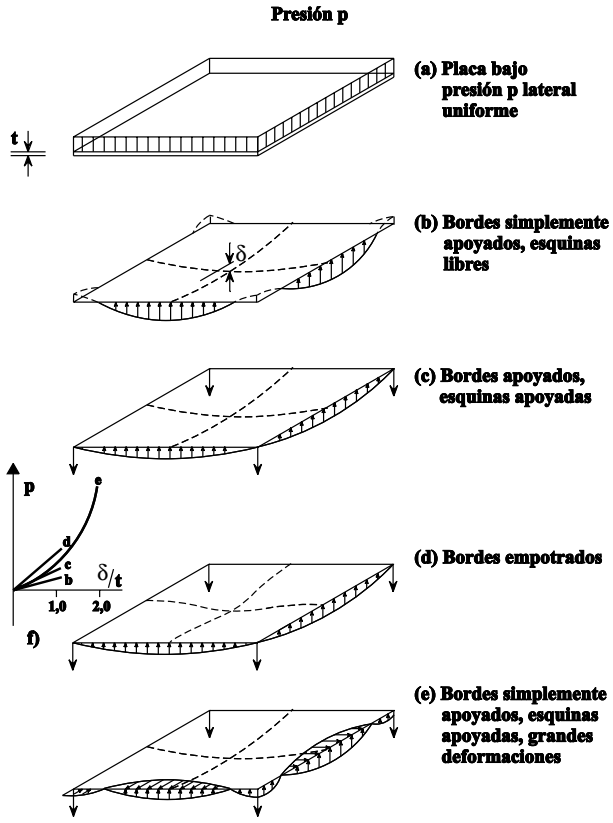


Figura 15 Comportamiento elástico de placa cuadrada para cargas laterales con diferentes condiciones de borde

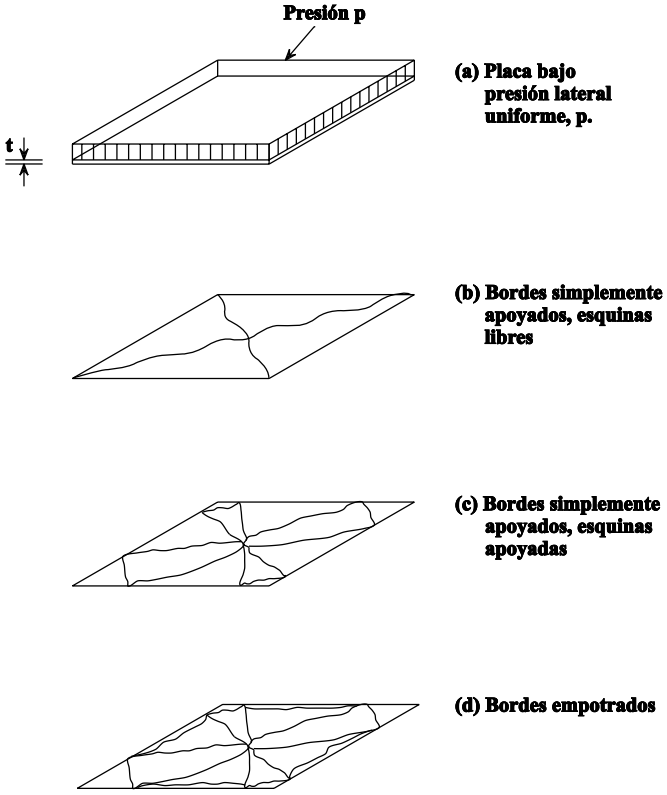


Figura 16 Líneas típicas de fluencia en placas cuadradas bajo cargas laterales con varias condiciones de borde

3. COMPORTAMIENTO DE PLACAS RIGIDIZADAS

Muchos aspectos del comportamiento de placas rigidizadas se puede deducir sencillamente de los conceptos básicos del comportamiento de las placas no rigidizadas. Sin embargo, al hacer estas extrapolaciones se ha de tener en cuenta lo siguiente:

- "Extender" los rigidizadores por toda la anchura de la placa solo puede configurar el comportamiento global de la misma.

- Los rigidizadores suelen ser excéntricos respecto de la placa. El comportamiento de flexión de la sección equivalente en T induce tensiones locales directas en los elementos placa.

- Los efectos locales sobre elementos placa y rigidizadores individuales han de ser estudiados separadamente.

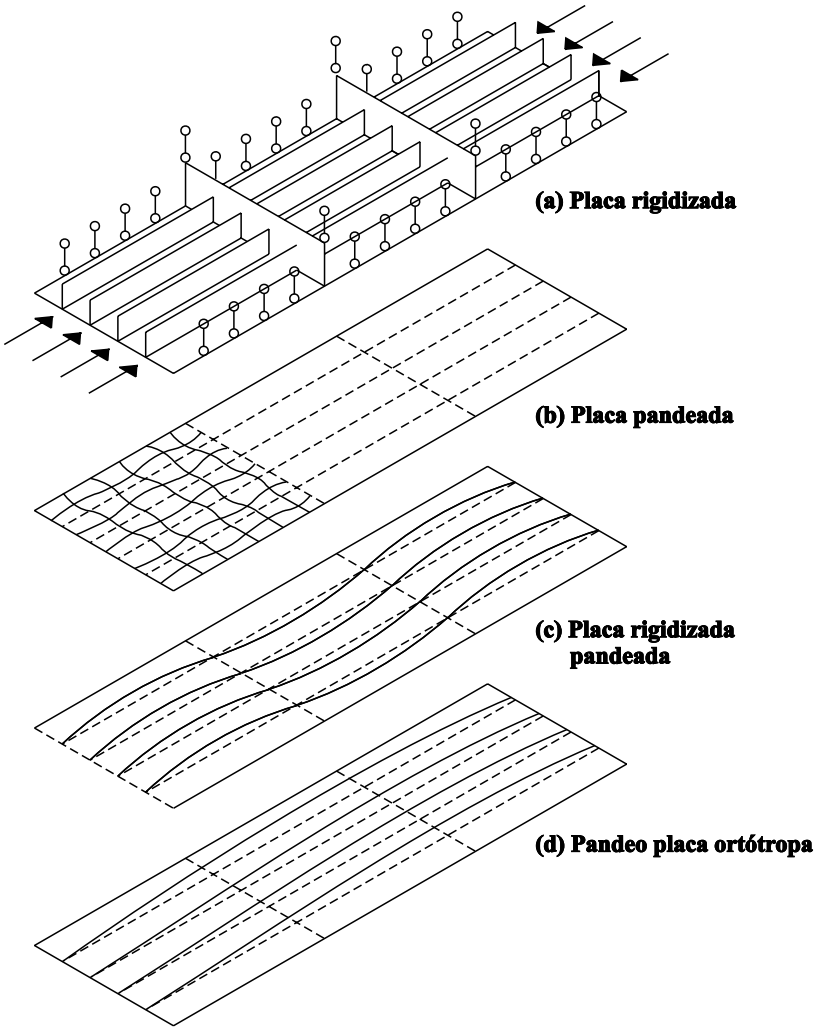


Figura 17 Modos de pandeo en placas rigidizadas sometidas a compresión

- La naturaleza discontinua de la rigidización introduce la posibilidad de que aparezcan modos locales de pandeo. Por ejemplo, la cabeza rigidizada de la figura 17a muestra varios modos de pandeo. Los ejemplos son:

  (i) pandeo del elemento placa sometido a una compresión global, más cualquier compresión local derivada de la acción combinada del elemento placa con la rigidización a él unida, figura 17b;

  (ii) pandeo del elemento rigidizado entre rigidizadores transversales, figura 17c. Esto ocurre si los últimos poseen la suficiente rigidez como para impedir un pandeo global. La acción de la placa no es muy significativa, pues el único miembro transversal es la propia placa. La mejor manera de configurar esta forma de pandeo es considerar el elemento rigidizado como una serie de secciones en T que se pandean como pilares. Debe tenerse en cuenta que esta sección es monosimétrica y presentará un comportamiento distinto si el extremo de la placa o del rigidizador está sometido a una gran compresión;

(iii) pandeo global u ortotrópico, figura 17d. Esto ocurre cuando las viguetas son flexibles. La mejor manera de configurar esta forma de pandeo es considerar el montaje de placas como una placa ortotrópica.

4. RESUMEN FINAL

1. Las placas y elementos placa tienen un uso amplio en estructuras de acero, para resistir las acciones en el plano y fuera del plano.

2. Los elementos placa sometidos a compresión en el plano y/o esfuerzo cortante están sujetos al pandeo.

3. La tensión de pandeo elástica de una placa perfecta está influida por lo siguiente:

   - esbeltez de la placa (b/t)
   - relación de dimensiones (a/b)
   - condiciones de contorno
   - interacción entre acciones, es decir, compresión biaxial, y compresión y esfuerzo cortante.

4. La anchura eficaz resulta un medio útil de definir el comportamiento posterior al pandeo de un elemento placa bajo compresión.

5. El comportamiento de las placas reales está influenciado por las tensiones residuales y las imperfecciones geométricas.

6. La respuesta de un elemento placa a la carga fuera del plano está influenciado por las condiciones de su contorno.

7. El montaje de elementos placa en una estructura de placas rigidizada puede presentar modos de inestabilidad locales y globales.

5. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. Timoshenko, S. and Weinowsky-Kreiger, S., “Theory of Plates and Shells” Mc Graw-Hill, New York, International Student Edition, 2nd Ed.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.2: Comportamiento y Diseño de Placas no Rigidizadas

OBJETIVOS/CONTENIDO

Tratar el reparto de las cargas, la estabilidad y la resistencia a la rotura de placas no rigidizadas sometidas a carga en el plano y fuera del plano.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lección 10.1: Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas

LECCIONES AFINES

Lección 10.3: Placas Rigidizadas

Lección 10.4: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas

RESUMEN

Se expone el reparto de las cargas en estructuras de placas rigidizadas sometidas a una carga en el plano. Las cargas críticas de pandeo se deducen mediante la teoría lineal-elástica. Se explica el método de la anchura eficaz para determinar la resistencia a la rotura de la placa, al igual que las exigencias sobre la adecuada realización del modelo de un elemento de placa finito. También se estudia la carga fuera del plano y se expone su influencia en la estabilidad de la placa.

1. INTRODUCCIÓN

En la moderna construcción de acero adquieren cada vez más importancia los componentes de paredes delgadas hechos de elementos placa delgados soldados entre sí. De esta forma, mediante una acertada selección de la calidad del acero, su geometría etc., se pueden obtener las secciones transversales que mejor se ajustan a las exigencias de resistencia y utilidad, con el consiguiente ahorro de acero.

Los recientes desarrollos en el trabajo de taller y los procedimientos de soldadura permiten la fabricación automática de esos elementos en forma de vigas armadas con almas de pared delgada, vigas cajón, pilares de paredes delgadas, etc. (figura a), que pueden luego transportarse a pie de obra como elementos prefabricados.

Debido a su espesor relativamente reducido, estos elementos placa no están en principio pensados para soportar cargas perpendiculares a su plano. Sin embargo, su comportamiento bajo cargas en el plano reviste un interés específico (figura 1b). Se distinguen dos tipos de cargas en el plano:

a) Las transmitidas por elementos contiguos, como las de compresión o de esfuerzo cortante.

b) Las resultantes de fuerzas aplicadas localmente (carga por zonas), que dan lugar a zonas en la placa con una tensión local muy concentrada.

El comportamiento bajo carga por zonas representa un problema específico del que se ocupan las lecciones sobre vigas armadas (lecciones 10.5.1 y 10.5.2). La presente lección se dedica al comportamiento más general de los elementos no rigidizados, sometidos a una carga en el plano (de compresión o de esfuerzo cortante) gobernada por el pandeo de las placas. Expone asimismo los efectos de la carga fuera del plano sobre la estabilidad de dichos elementos.

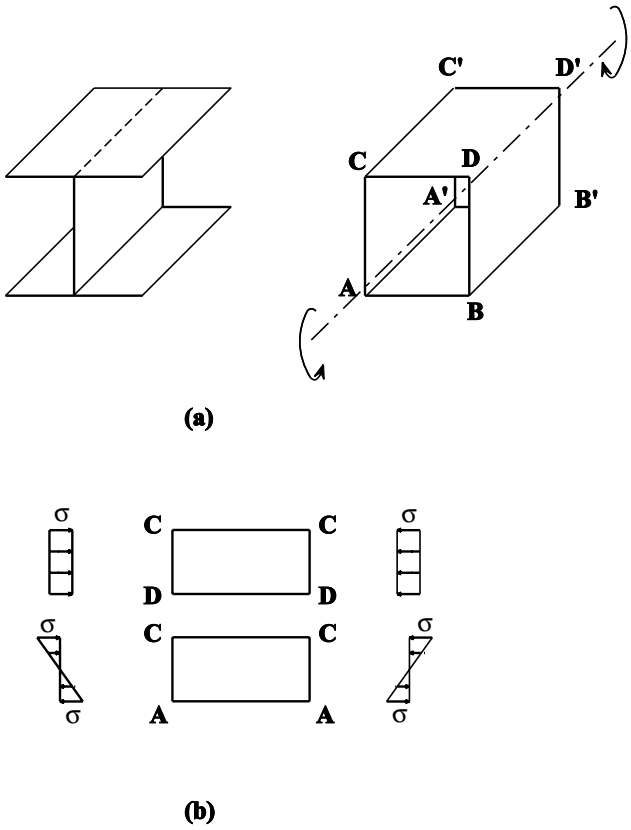


Figura 1 Secciones típicas de pequeños espesores (a) ejemplos, (b) condiciones de tensión en paredes de estos elementos

2. PLACAS NO RIGIDIZADAS BAJO CARGAS EN EL PLANO

2.1 Distribución de las cargas

2.1.1 Distribución derivada de la teoría de membrana

La distribución de tensiones en las placas que responden a una carga en el plano con tensiones de membrana puede determinarse, en el campo elástico, resolviendo el problema elasto-estático de la tensión plana gobernado por las ecuaciones de Navier, ver figura 2.

$$\nabla^2 u + \frac{1}{1-2\upsilon_{eff}} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{1}{G} X = 0$$

$$\nabla^2 v + \frac{1}{1-2\upsilon_{eff}} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{1}{G} Y = 0$$

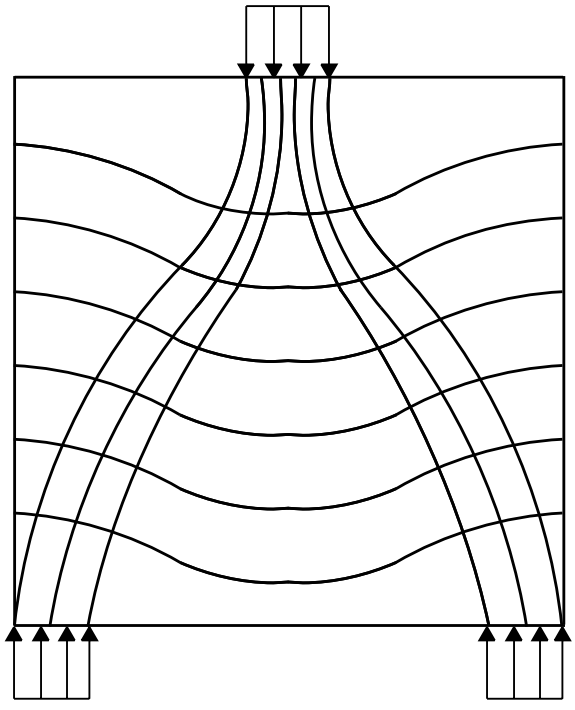


Figura 2 Ejemplo de distribución de acciones en el plano

donde:

u = u(x, y), v = v(x, y): son los componentes de desplazamiento en las direcciones x e y

$\upsilon_{eff} = 1/(1 + \upsilon)$ es el coeficiente eficaz de Poisson

G: es el módulo de elasticidad transversal

X = X(x, y), Y = Y(x, y): son los componentes de las fuerzas de masa.

Las funciones u y v deben cumplir las condiciones de contorno (apoyo) establecidas en el contorno de la placa. Por ejemplo, para un borde paralelo al eje y, u = v = 0 si está fijo, o $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$ si puede moverse libremente en el plano de la placa.

El problema puede plantearse también empleando la función de tensiones de Airy, F = F(x, y), mediante la siguiente ecuación biarmónica:

$$\nabla^4 F = 0$$

Esta formulación resulta conveniente si las condiciones de contorno de tensión están establecidas. Los componentes de tensión se relacionan con la función de tensiones de Airy mediante:

$$\sigma_x = \frac{1}{t}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{1}{t}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = \frac{1}{t}\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y}$$

2.1.2 Distribución derivado de la teoría lineal-elástica, empleando la hipótesis de Bernouilli

En estructuras de placas esbeltas, donde las placas se someten a tensión como membranas, no es necesario aplicar la función de tensiones de Airy gracias a la hipótesis de repartos de deformación plana, que puede utilizarse tanto en el régimen elástico como en el plástico, figura 3.

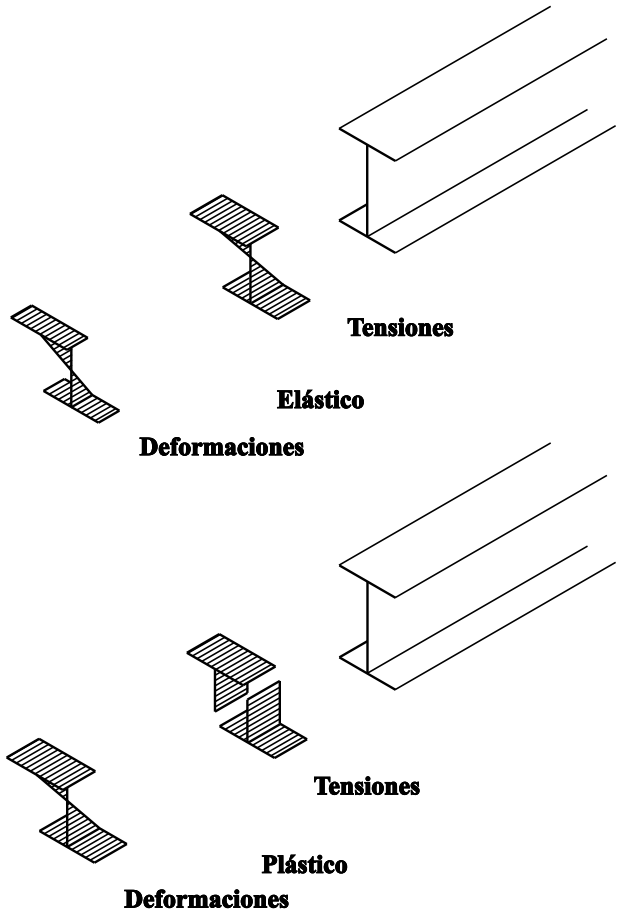


Figura 3 Distribución de tensiones en el plano

Sin embargo, en el caso de estructuras de placas de cabezas anchas, la aplicación de la función de tensiones de Airy conlleva desviaciones significativas de la hipótesis de deformación plana, figura 4, a causa del efecto de deformación por esfuerzo cortante. La deformación por cizalladura puede tenerse en cuenta tomando una anchura de cabeza reducida.

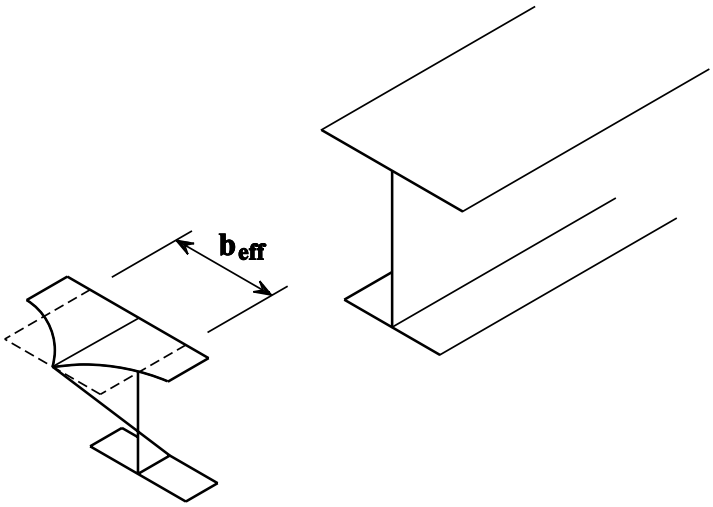


Figura 4 Ancho efectivo debido al desfase de cortante

2.1.3 Reparto derivado de los métodos de elementos finitos

Al emplear métodos de elementos finitos para determinar la distribución de tensiones, puede hacerse el modelo de la placa como una disposición perfectamente plana de elementos placa secundarios. Debe prestarse atención a la aplicación de la carga en los bordes de la placa, de modo que se tendrán en cuenta los efectos de la deformación de esfuerzo cortante. Los resultados de este análisis pueden utilizarse para la verificación del pandeo.

2.2 Estabilidad de placas no rigidizadas

2.2.1 Teoría de pandeo lineal

Bryan fue el primero en investigar, en 1891, el pandeo de elementos placa, en relación con el diseño del casco de un barco [1]. Las hipótesis para la placa en estudio (figura 5a) son los de la teoría de placas delgadas (teoría de Kirchhoff, ver [2-5]):

a) El material es elástico, homogéneo e isotrópico.

b) La placa es perfectamente plana y está libre de tensiones.

c) El espesor “t” de la placa es pequeño comparado con las demás dimensiones.

d) La carga en el plano atraviesa su plano central.

e) Los desplazamientos transversales w son pequeños comparados con el espesor de la placa.

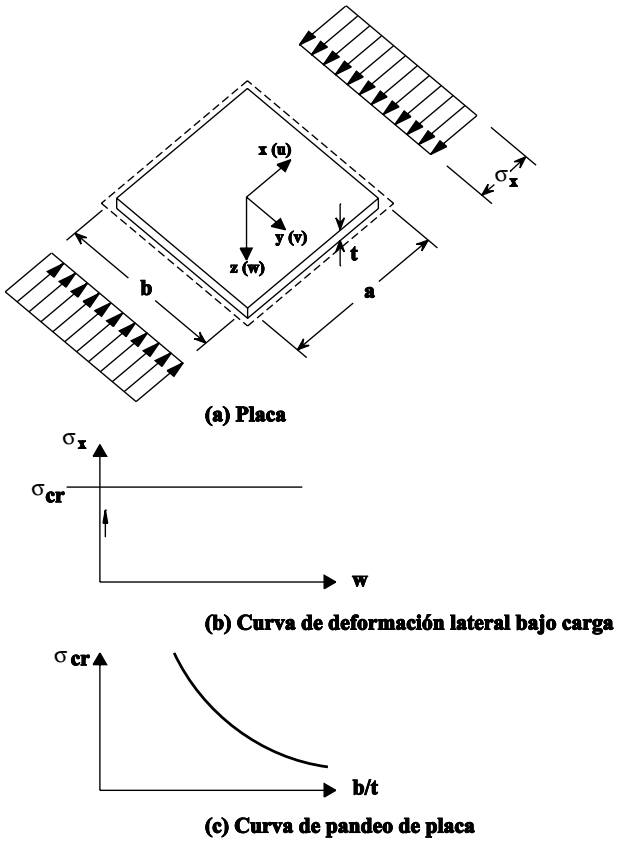


Figura 5 Notación de pandeo lineal

f) Las inclinaciones de las superficies centrales flectadas son pequeñas comparadas con la unidad.

g) Las deformaciones son de tal manera que las líneas rectas, inicialmente perpendiculares al plano central, siguen siendo líneas rectas y perpendiculares a la superficie central flectada.

h) Las tensiones perpendiculares al espesor de la placa son de un orden de magnitud despreciable.

Debido al supuesto (e), las rotaciones de la superficie central son pequeñas y sus cuadrados despreciables en las relaciones de desplazamiento de deformación correspondientes al estiramiento de la superficie central, que se simplifican como sigue:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_u}{\delta x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\delta_v}{\delta_y}, \; \gamma_{xy} = \frac{\delta_u}{\delta_y} + \frac{\delta_v}{\delta x} \qquad (1)$$

Una consecuencia importante de este supuesto es que no se produce estiramiento alguno de la superficie central debido a la flexión, y que las ecuaciones diferenciales que rigen la deformación de la placa son lineales e independientes. Así, la ecuación de una placa sometida a flexión y estiramiento simultáneos es:

$$D\nabla^4 w = q - kt\left(\sigma_x \frac{\delta^2 w}{\delta_x^2} + 2\tau_{xy}\frac{\delta^2 w}{\delta_x \delta_y} + \frac{\delta^2 w}{\delta_y^2}\right) \qquad (2)$$

donde $D = Et^3/12(1 - \nu^2)$ es la rigidez a la flexión de la placa de espesor t, módulo de elasticidad E y coeficiente de Poisson ν; $q = q(x,y)$ es la carga transversal; y k es un parámetro. Los componentes de tensión σ_x, σ_y, τ_{xy} son en general funciones del punto x, y del plano central, y se determinan resolviendo independientemente el problema elasto-plástico de tensión plana que, en ausencia de fuerzas interiores en el plano, se rige por las ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{\delta\sigma_x}{\delta_x} + \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta_y} = 0, \qquad \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta_x} + \frac{\delta\sigma_y}{\delta_y} = 0 \qquad (3)$$

complementadas por la ecuación de compatibilidad:

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \qquad (4)$$

Las ecuaciones (3) y (4) se reducen, ya sea a la ecuación biarmónica por medio de la función de tensión de Airy:

$$\nabla^4 F = 0 \qquad (5)$$

definida como:

$$\sigma_x = \frac{\delta^2 F}{\delta_y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\delta^2 F}{\delta_x^2} = 0, \qquad \tau_{xy} = \frac{\delta^2 F}{\delta_x \delta_y}$$

o a las ecuaciones de equilibrio de Navier, si se emplean las relaciones de desplazamiento de tensiones:

$$\nabla^{2u} + \frac{1}{1-\bar{v}}\frac{\delta}{\delta_x}\left(\frac{\delta_u}{\delta_x} + \frac{\delta_v}{\delta_y}\right) = 0,$$
$$\nabla^{2v} + \frac{1}{1-\bar{v}}\frac{\delta}{\delta_y}\left(\frac{\delta_u}{\delta_x} + \frac{\delta_v}{\delta_y}\right) = 0, \qquad (6)$$

donde $\bar{v} = v/(1+v)$ es el coeficiente de Poisson eficaz.

La ecuación (5) es conveniente si las condiciones de contorno de tensión están establecidas. Sin embargo, para condiciones de contorno de desplazamiento o mixtas son más apropiadas las ecuaciones (6). Las soluciones analíticas o aproximadas del problema elasto-estático o del problema de flexión de placas solo son posibles en el caso de geometrías y condiciones de contorno de la placa simples. Para las placas con una geometría y condiciones de contorno complejos la solución solo es factible mediante métodos numéricos, como el de elemento finito o el de elemento de contorno.

La ecuación (2) la dedujo Saint-Venant. En ausencia de cargas transversales (q = 0), la ecuación (2), junto con las condiciones establecidas de contorno (apoyo) de la placa, da lugar a un problema de valor propio a partir del cual se establecen los valores del parámetro k, correspondientes a la solución no trivial ($w \neq 0$). Estos valores de k determinan las cargas en el plano marginales críticas (σ_{cr}, τ_{cr}) bajo las cuales tiene lugar el pandeo. La trayectoria de equilibrio tiene para estos valores de k un punto de bifurcación (figura 5b). La carga marginal en el plano puede depender de más de un parámetro, digamos k_1, k_2,...,k_N, (por ejemplo σ_x, σ_y y τ_{xy} en el contorno pueden aumentar a ritmos diferentes). En este caso existen combinaciones infinitas de valores de k_i con las que se produce el pandeo. Estos parámetros están obligados a situarse en una curva plana (N = 2), en una superficie (N = 3) o en una hipersuperficie (N > 3). Esta teoría, en la que las ecuaciones son lineales, se denomina teoría de pandeo lineal.

Reviste especial interés la aplicación de la teoría de pandeo lineal a las placas rectangulares, sometidas a una carga marginal constante (figura 5a). En este caso, la carga crítica, que corresponde a la carga de pandeo de Euler de una barra comprimida, puede escribirse como:

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E \quad o \quad \tau_{cr} = k_\tau \sigma_E \qquad (7)$$

donde
$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2} \qquad (8)$$

y k_σ, k_τ son coeficientes de pandeo adimensionales.

Mediante esta teoría solo puede determinarse la forma de la superficie de pandeo, pero no la magnitud de amplitud de éste. La relación entre la tensión crítica σ_{cr} y la esbeltez del panel $\lambda = b/t$, viene dada por la curva de pandeo. Esta curva, representada en la figura 5c, tiene forma hiperbólica y es análoga a la hipérbole de Euler para barras.

Los coeficientes de pandeo, "k", pueden determinarse o bien analíticamente mediante la integración directa de la ecuación (2), o bien numéricamente mediante el método de energía, el método de las matrices de transferencia, etc. En la figura 6 se muestran los valores de k_σ y k_τ para diversas condiciones de carga y de contorno, en función de la relación dimensional de la placa $\alpha = a/b$. Las curvas correspondientes a k_σ tienen forma de "guirnalda". Cada una de estas guirnaldas corresponde a un modo de pandeo con un determinado número de ondas. En una placa sometida a una compresión uniforme, como la que muestra la figura 6a, el modo de pandeo correspondiente a valores de $\alpha < \sqrt{2}$ tiene una semionda, dos semiondas para valores $\sqrt{2} < \alpha < \sqrt{6}$, etc. Para $\alpha = \sqrt{2}$ ambos modos de pandeo, con una y dos semiondas, dan lugar al mismo valor de k_σ. Obviamente, el modo de pandeo que da el menor valor de k es el decisivo. Por razones prácticas, para placas sometidas a tensiones normales se elige un valor único de k_σ. Este es el valor menor para las curvas de guirnalda, independientemente del valor de la relación dimensional. En el ejemplo de la figura 6a, k_σ es igual a 4 para una placa con un soporte simple en los cuatro lados y sometida a una compresión uniforme.

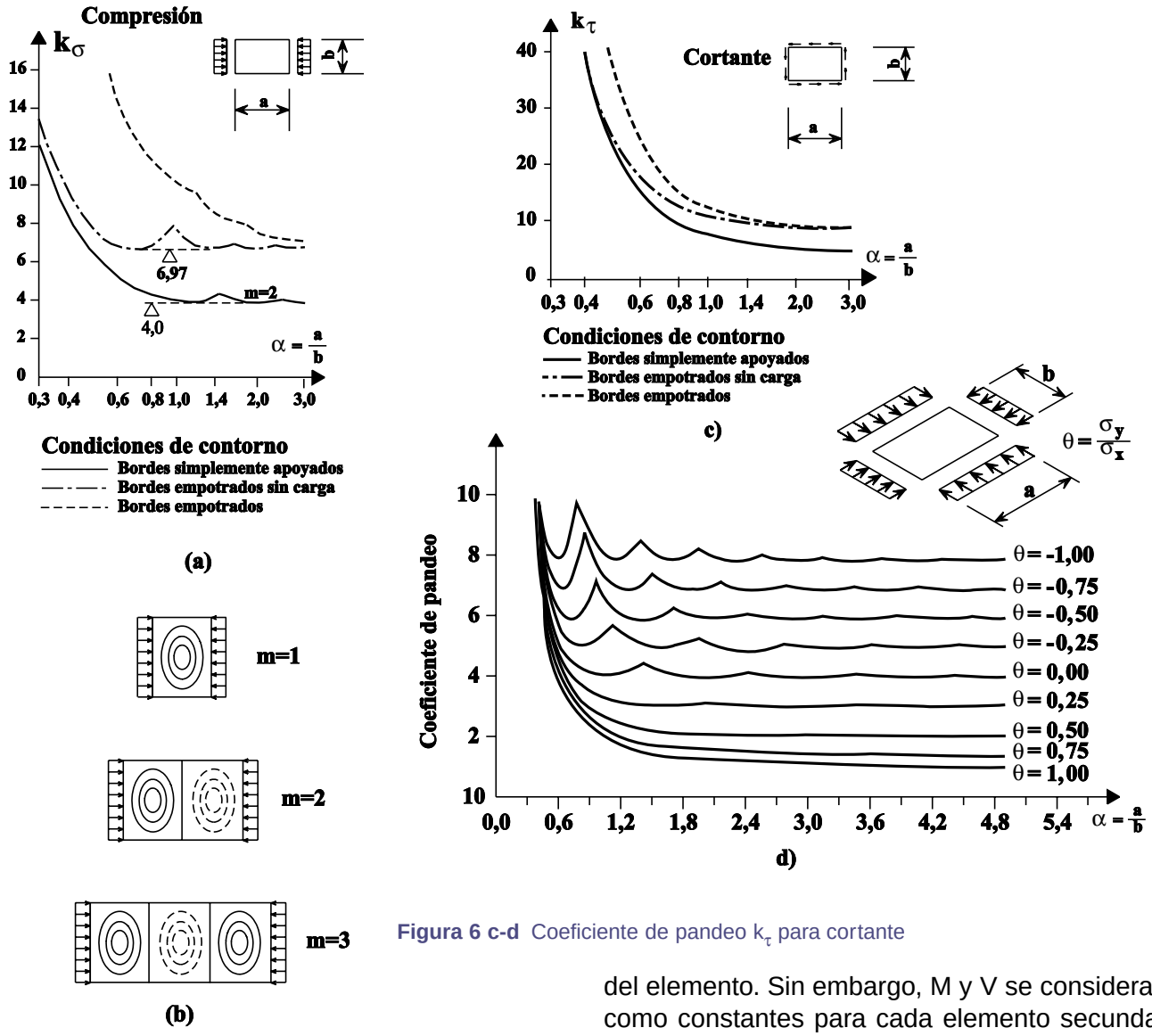


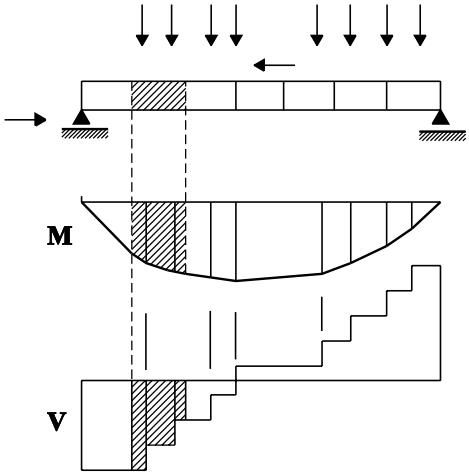
Figura 6 c-d Coeficiente de pandeo k_τ para cortante

Figura 6 a-b Coeficientes de pandeo k_σ en modos de compresión y pandeo

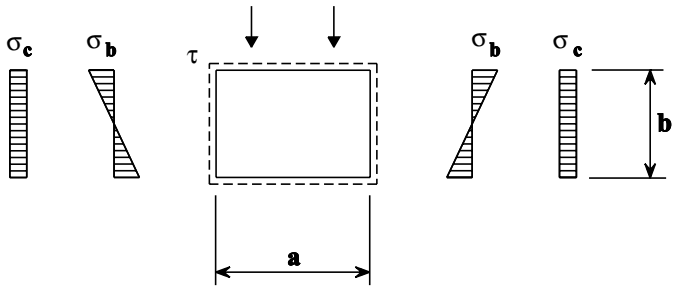
Combinación de tensiones σ_x, σ_y y τ

En situaciones prácticas de diseño se hacen necesarias algunas otras aproximaciones. Estas se ilustran por medio del ejemplo de una viga armada representado en la figura 7.

Las tensiones perpendicular y de esfuerzo cortante, σ_x y τ respectivamente, en los bordes opuestos de un elemento secundario no son iguales, dado que los momentos de flexión M y las fuerzas de cizallamiento V varían a lo largo del elemento. Sin embargo, M y V se consideran como constantes para cada elemento secundario e iguales al valor mayor en un borde (o iguales al valor a una cierta distancia de él). Este supuesto conservador da lugar a tensiones iguales en los bordes opuestos a los que se aplican los diagramas de k_σ y k_τ. La verificación suele llevarse a cabo en relación con dos elementos secundarios: uno con el valor mayor de σ_x y otro con el valor mayor de τ. En la mayoría de los casos, como en la figura 7, cada elemento secundario se ve sometido a una combinación de tensiones perpendiculares y de esfuerzo cortante. Es posible determinar directamente el coeficiente de pandeo correspondiente a una combinación concreta de tensiones, pero esto exige un esfuerzo numérico considerable. Para situaciones prácticas se halla una tensión de pandeo equivalente σ_{cr}^{eq} mediante una fórmula de inte-



(a) Condiciones de tensión simplificadas



(b) Sub-panel no rigidizado

Figura 7 Separación de sub-paneles no rigidizados para viga armada

racción, una vez se han determinado las tensiones críticas σ_{cr}^{eq} y τ_{cr}^{o} correspondientes a una acción independiente de σ y τ. La curva de interacción de una placa sometida a tensiones perpendiculares y de esfuerzo cortante, σ_x y τ respectivamente, varía entre un círculo y una parábola [6], dependiendo del valor de la relación ψ de las tensiones perpendiculares en los bordes (figura 8). Esta relación se puede representar por medio de la ecuación aproximada:

$$\frac{1+\psi}{4}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^{0}}+\sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^{0}}\right)^{2}+\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^{0}}\right)^{2}}=1 \quad (9)$$

Con un par de tensiones aplicadas determinado (σ, τ), el factor de seguridad con respecto a la curva anterior viene dado por:

$$\tau_{cr}^{0}=\frac{1}{\frac{1+\psi}{4}\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^{0}}+\sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4}\frac{\sigma}{\sigma_{cr}^{0}}\right)^{2}+\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}^{0}}\right)^{2}}}$$

La tensión de pandeo equivalente resulta pues de:

$$\sigma_{cr}^{eq}=\tau_{cr}\sqrt{\sigma^{2}+3\tau^{2}} \quad (11)$$

donde se ha aplicado el criterio de von Mises.

Con una acción simultánea de σ_x, σ_y y τ se aplican relaciones similares.

2.2.2 Resistencia a la rotura de una placa no rigidizada

Generalidades

La teoría de pandeo lineal descrita en la sección anterior se basa en los supuestos (a) a (h), que nunca se cumplen en estructuras reales. A continuación se expone lo que ocurre con el comportamiento de pandeo cuando se elimina cada uno de esos supuestos.

El primero de los dos, el de un comportamiento lineal-elástico ilimitado del material, obviamente no es válido para el acero. Si se considera que el material se comporta como un plástico lineal-elástico ideal, la curva de pandeo debe cortarse por el nivel de la tensión de fluencia σ_y (figura 9b).

Cuando se tiene en cuenta el comportamiento no lineal del acero entre el límite de proporcionalidad σ_p y la tensión de fluencia σ_y, la curva de pandeo se reducirá aun más (figura 9b). Cuando se toma en consideración el endurecimiento por deformación en frío son posibles valores de σ_{cr} mayores que σ_y, como se ha observado experimentalmente en elementos muy robustos. En conclusión, puede decirse que la eliminación del supuesto de un comportamiento

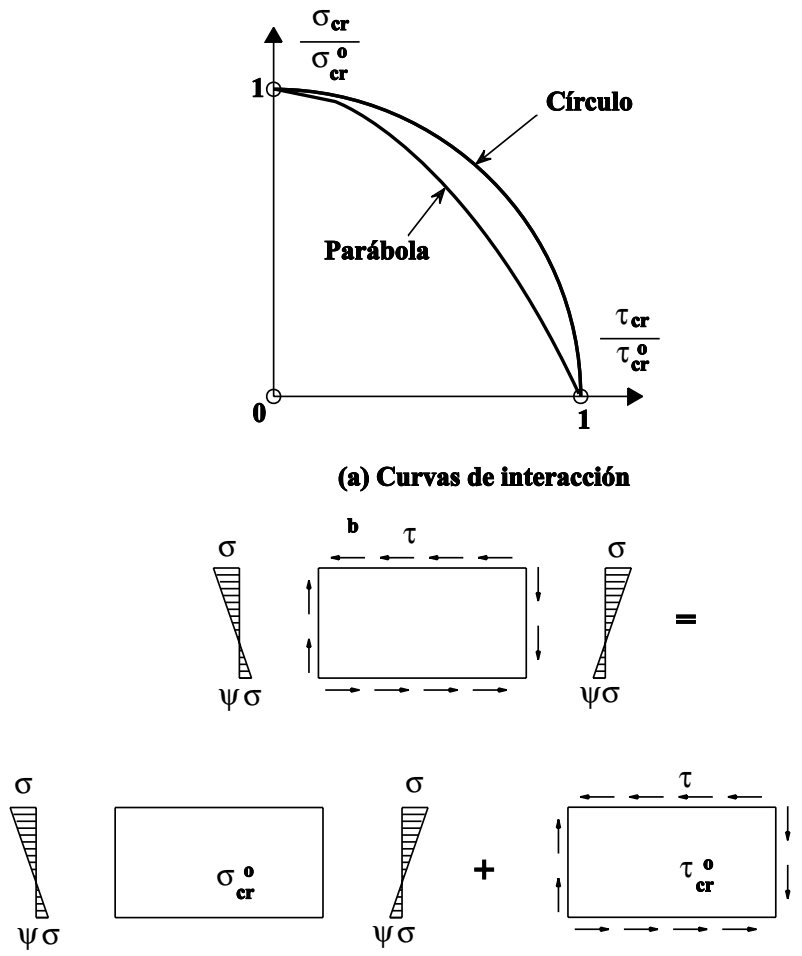


Figura 8 Placa bajo tensión combinada de cortante y directa en el plano

lineal-elástico del acero da como resultado la reducción de la resistencia a la rotura en elementos robustos.

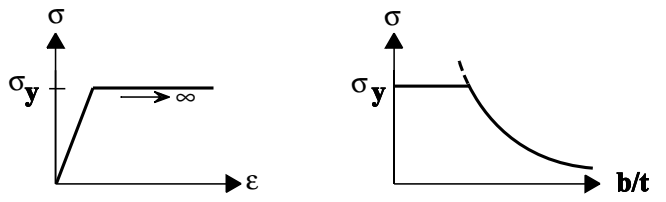
Tampoco se cumplen nunca en estructuras reales los supuestos segundo y cuarto: una placa sin imperfecciones geométricas ni tensiones residuales, sometida a una carga simétrica en su plano central. Aun manteniendo el supuesto de pequeños desplazamientos, el estudio de una placa con imperfecciones exige un análisis de segundo orden. Este análisis no posee ningún punto de bifurcación, ya que se pueden determinar los desplazamientos w correspondientes a cada nivel de tensión. La trayectoria de equilibrio (figura 10a) presenta una tendencia asintótica respecto del valor de σ_{cr} con desplazamientos crecientes, como se comprueba de acuerdo con la teoría de segundo orden.

Sin embargo, el límite de rotura generalmente es menor que σ_{cr}, pues la tensión combinada resultante de la tensión de pandeo y de la de membrana está limitada por la tensión de fluencia. Esta limitación adquiere importancia para las placas con imperfecciones geométricas, en la gama de esbeltez moderada, dado que el valor de la tensión de pandeo no resulta pequeño (figura 10b). En placas con tensiones residuales la reducción del límite de rotura se debe sobre todo al bajo valor de σ_p (figura 9b) al que el comportamiento del material se hace no lineal. En conclusión, puede afirmarse que las imperfecciones debidas a la geometría, las tensiones residuales y las excentricidades de la carga ocasionan una reducción del límite de rotura, especialmente en la gama de esbeltez moderada.

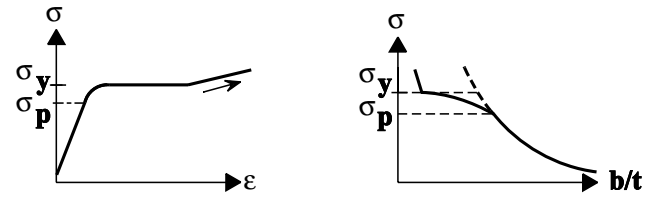
El supuesto de los desplazamientos reducidos (e) no es válido para tensiones próximas a σ_{cr}, como muestra la figura 10a. Cuando se plantean desplazamientos grandes, la ecuación (1) debe extenderse a los términos cuadráticos de los desplazamientos. Las ecuaciones correspondientes, expresadas por razones de simplicidad para una placa sin imperfecciones iniciales, son:

$$\frac{u}{x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_w}{\delta_x}\right)^2, \quad \varepsilon_y = \frac{\delta_v}{\delta_y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_w}{\delta_y}\right)^2, \qquad \tau_{xy}\frac{\delta_u}{\delta_y} + \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta_w}{\delta_y} \tag{12}$$

El resultado es un emparejamiento entre las ecuaciones que rigen el estiramiento y la flexión de la placa (ecuaciones (1) y (2)).



Curvas hipotéticas: teoría lineal



(a) σ - ε Para acero **(b) Curvas de pandeo**

Curvas reales

Figura 9 Diagrama σ-ε para el acero y sus correspondientes curvas de pandeo

$$\nabla^4 \phi = -E\left[\left(\frac{\delta^2 w}{\delta_x \delta_y}\right)^2 - \frac{\delta^2 w}{\delta_x^2}\frac{\delta^2 w}{\delta_y^2}\right] \quad (13a)$$

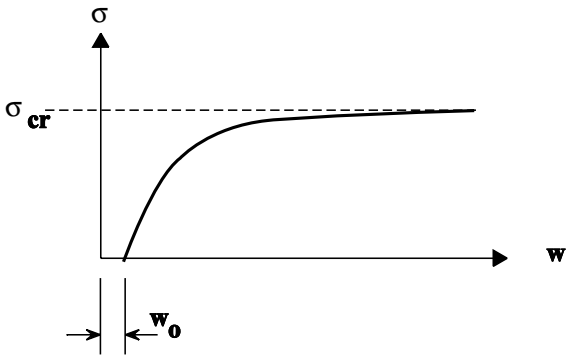
$$\nabla^4 w = \frac{q}{D} +$$

$$+\frac{t}{D}\left(\frac{\delta^2 F}{\delta_y^2}\frac{\delta^2 w}{\delta_x^2} + \frac{\delta^2 F}{\delta_x^2}\frac{\delta^2 w}{\delta_y^2} - 2\frac{\delta^2 F}{\delta_x \delta_y}\frac{\delta^2 w}{\delta_x \delta_y}\right) \quad (13b)$$

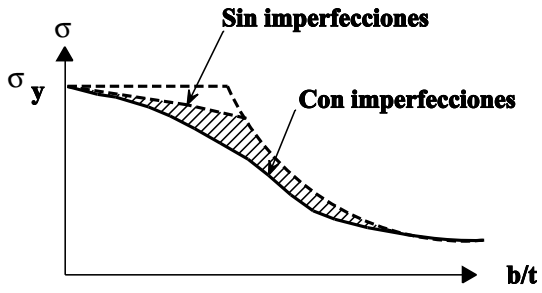
donde F es una función de tensión de tipo Airy. Las ecuaciones (13) se conocen como ecuaciones de von Karman, y constituyen la base de la teoría de pandeo (geométricamente) no lineal. En una placa sin imperfecciones la trayectoria de equilibrio sigue teniendo un punto de bifurcación en σ_{cr}, pero, a diferencia de la teoría de pandeo lineal, el equilibrio para tensiones $\sigma > \sigma_{cr}$ continúa siendo estable (figura 11). La trayectoria de equilibrio para placas con imperfecciones presenta una tendencia asintótica respecto de la misma curva. El límite de rotura puede determinarse limitando las tensiones a la tensión de fluencia. Puede apreciarse que las placas poseen una resistencia portante post-crítica considerable. Este comportamiento post-crítico es más pronunciado cuanto más esbelta es la placa, es decir, cuanto menor es el valor de σ_{cr}.

Curva de pandeo

Por las razones esbozadas anteriormente, resulta evidente que la curva de pandeo de Euler para la teoría de pandeo lineal (figura 6c), no puede ser utilizada para el diseño. Se han realizado muchas investigaciones experimentales y teóricas con el fin de definir la curva de pandeo que mejor represente el auténtico comportamiento de los elementos placa. En Dubas y Gehri [7] se encontrará la bibliografía pertinente. Por lo que respecta al diseño, resulta ventajoso expresar la curva de



(a) Curva de deformación acción-lateral para placa con imperfecciones.



(b) Curvas de pandeo de la teoría lineal con plasticidad

Figura 10 Curvas acción-deformación de una placa con imperfecciones y curva de pandeo según teoría lineal con plasticidad

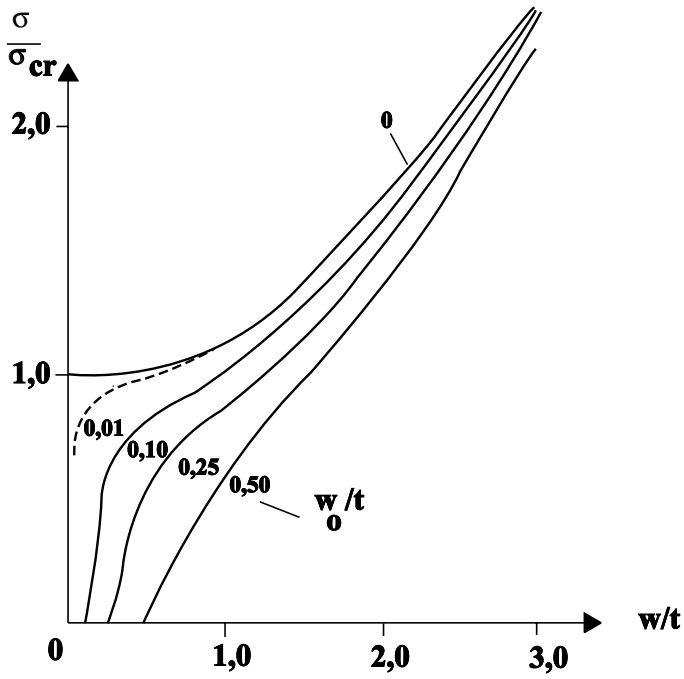


Figura 11 Curvas acción-deformación de placas con imperfecciones según la teoría de pandeo no lineal

pandeo de una forma adimensional, como se describe a continuación.

La esbeltez de un elemento puede expresarse, conforme a (7) y (8), como:

$$\lambda_p = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_\sigma}} = \mu\sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}} \qquad (14)$$

Si se introduce una esbeltez de referencia dada por:

$$\lambda_y = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \qquad (15)$$

la esbeltez relativa es entonces:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\lambda_p}{\lambda_y} + \sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_{cr}}} \qquad (16)$$

El límite de rotura se expresa también de una forma adimensional introduciendo un factor de reducción:

$$k = \sigma_u/\sigma_y \qquad (17)$$

La figura 12 ilustra las curvas adimensionales correspondientes a las tensiones perpendiculares y de esfuerzo cortante, según propone el Eurocódigo 3[8].

Estas curvas de pandeo presentan valores correspondientes a esbelteces grandes, mayores que los de la curva de Euler, debido al comportamiento post-crítico, y se limitan a la tensión de fluencia. Sin embargo, para esbelteces intermedias los valores son menores que los de Euler, como consecuencia de las imperfecciones geométricas y las tensiones residuales.

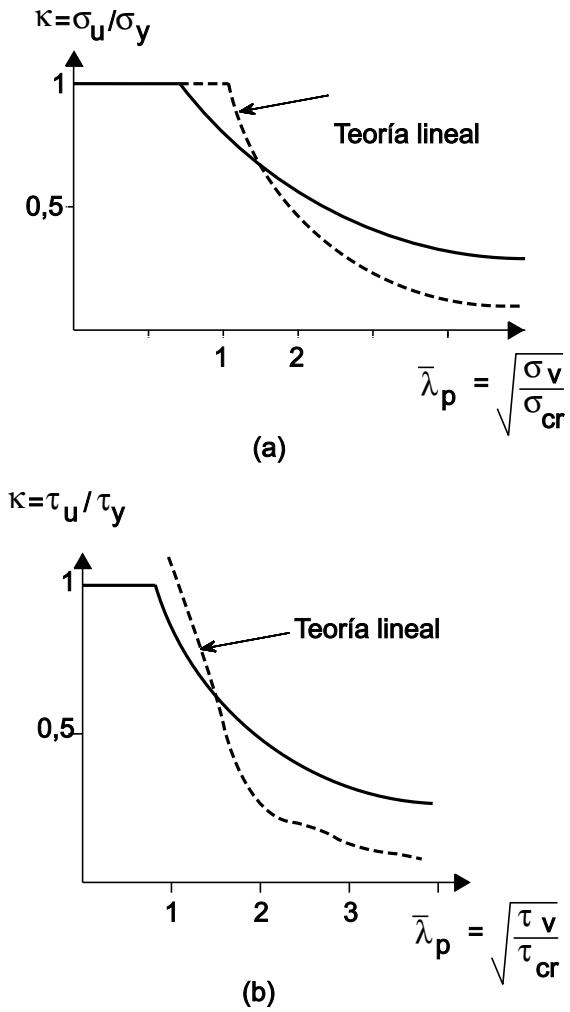


Figura 12 Curvas de pandeo para (a) tensión normal y (b) tensión cortante

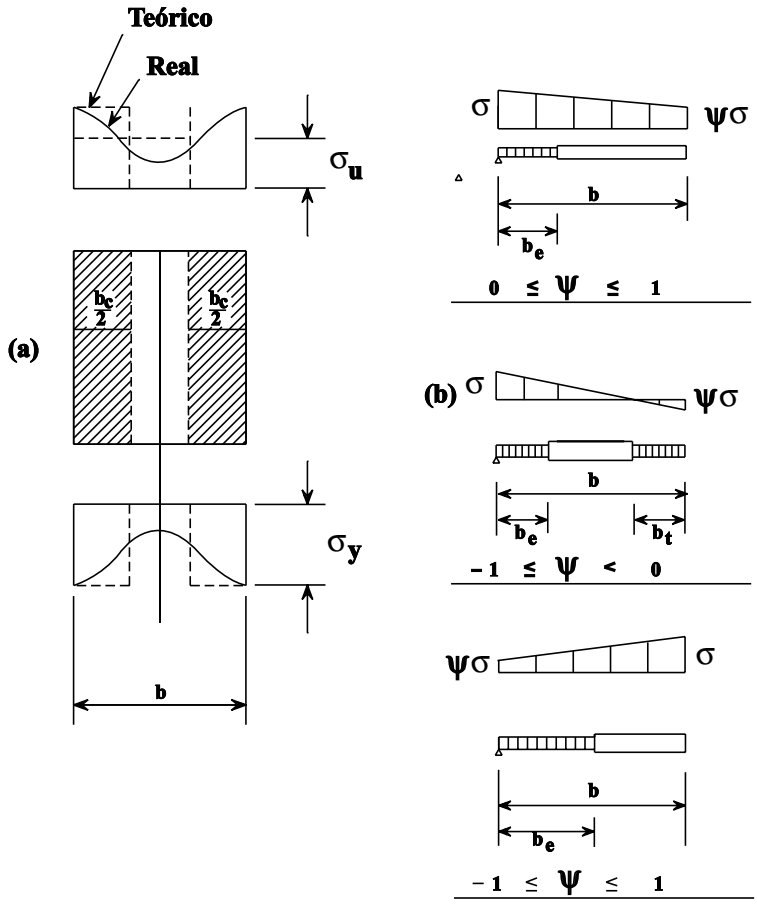


Figura 13 Definición de anchura efectiva para placa apoyada en un lado

Aunque la teoría de pandeo lineal no es capaz de describir de forma precisa el comportamiento de un panel de placas, no debe ignorarse su importancia. De hecho, como ocurre en el caso de las barras, esta teoría ofrece el valor de un importante parámetro, concretamente $\bar{\lambda}_p$, que se utiliza para determinar el límite de rotura.

Método de la anchura eficaz

Este método se ha desarrollado para el diseño de secciones de paredes delgadas sometidas a tensiones perpendiculares uniaxiales. Se ilustrará sobre una placa de soporte único sometida a una compresión uniforme (figura 13a). El reparto de tensiones, que inicialmente es uniforme, deja de serlo tras el pandeo al no poder las partes centrales del elemento soportar más tensiones debido al efecto de arqueamiento. La tensión en los bordes rígidos (hacia los cuales tiene lugar la redistribución) puede alcanzar la tensión de fluencia. El método se basa en el supuesto de que el reparto de tensiones no uniforme por toda la anchura del elemento, puede sustituirse por una que sea uniforme en una reducida anchura "eficaz". Esta anchura se determina igualando las fuerzas resultantes:

$$b\,\sigma_u = b_e \sigma_y \qquad (18)$$

y de acuerdo con ello:

$$b_e = \frac{\sigma_u}{\sigma_y} b = kb \qquad (19)$$

lo que demuestra que el valor de la anchura eficaz depende de la curva de pandeo adoptada. Con una compresión uniforme la anchura eficaz se distribuye regularmente a lo largo de los dos bordes (figura 13a). Con compresiones irregulares y otras condiciones de apoyo, se distribuye de acuerdo con normas dadas en los diversos reglamentos. La figura 13b muestra algunos ejemplos de esta distribución. También puede determinarse la anchura eficaz para valores de $\sigma < \sigma_u$. En casos así la ecuación (19) sigue siendo válida, pero $\bar{\lambda}_p$ necesario para determinar el factor de reducción k, no viene dado por la ecuación (16) sino por la relación:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} \qquad (20)$$

El diseño de secciones transversales de paredes delgadas se realiza de acuerdo con el siguiente procedimiento:

Se determina el reparto de tensiones en la sección transversal con unas condiciones de carga dadas. En cada elemento secundario se determinan, de acuerdo con las ecuaciones (7), (16) y (19), la tensión crítica σ_{cr}, la esbeltez relativa $\bar{\lambda}_p$ y la anchura eficaz b_e, respectivamente. A continuación se distribuye por el elemento la anchura efi-

caz, según muestran los ejemplos de la figura 13b. Las verificaciones se basan, finalmente, en los A_e, I_e, y W_e característicos de la sección transversal eficaz. Para la sección transversal de la figura 14b, sometida a fuerzas perpendiculares y momentos de flexión, la verificación se expresa como:

$$\sigma = \frac{N}{A_e} + \frac{M + N_e}{I} y \leq \sigma_y / \gamma_m$$

donde e es la desviación en el centro de gravedad de la sección transversal con respecto al lado de tracción, y γ_m el factor de seguridad parcial de la resistencia.

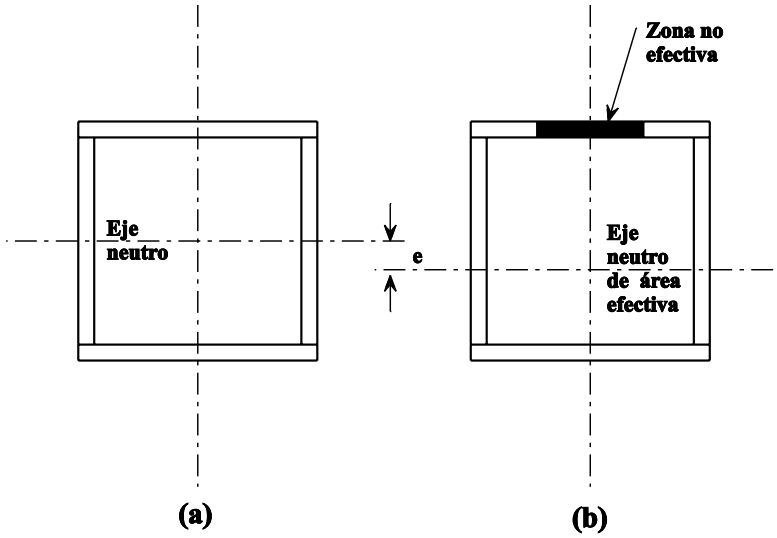


Figura 14 Determinación de la sección transversal efectiva

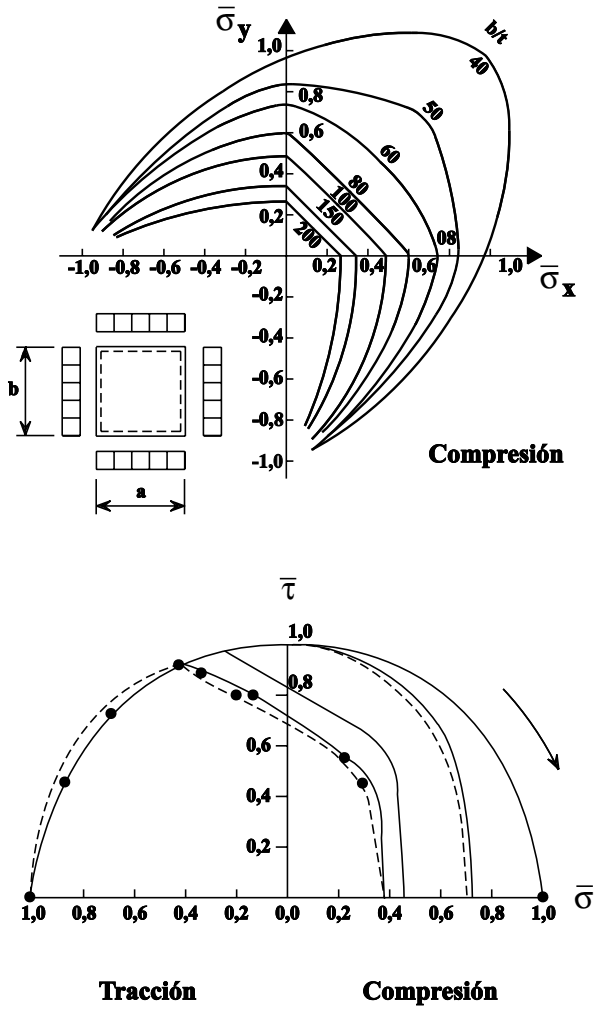


Figura 15 Diagramas de interacción de tensión límite de acuerdo a las referencias [9] y [10]

El método de la anchura eficaz no se ha extendido a elementos sometidos a combinaciones de tensiones. Por otro lado, las fórmulas de interacción presentadas en la sección 2.2 no describen de forma precisa la resistencia portante de la placa, pues están basadas en la teoría de pandeo lineal y por tanto en un comportamiento elástico del material. Se ha comprobado que estas normas no pueden extenderse a los casos de comportamiento plástico. En la figura 15 se representan algunas curvas de interacción, en el estado de límite de rotura, estando todas las tensiones referidas a los límites de rotura correspondientes al caso en el que cada una de ellas actúa individualmente. En algunos códigos europeos recientes se han incluido fórmulas de interacción importantes, ver también [9,10].

Métodos de elementos finitos

Cuando se emplean métodos de elementos finitos para determinar la resistencia a la rotura de una placa no rigidizada se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- El modelo del elemento placa debe incluir las condiciones de contorno de la forma más precisa posible con respecto a las condiciones de la estructura real, ver figura 16. Para una solución conser-

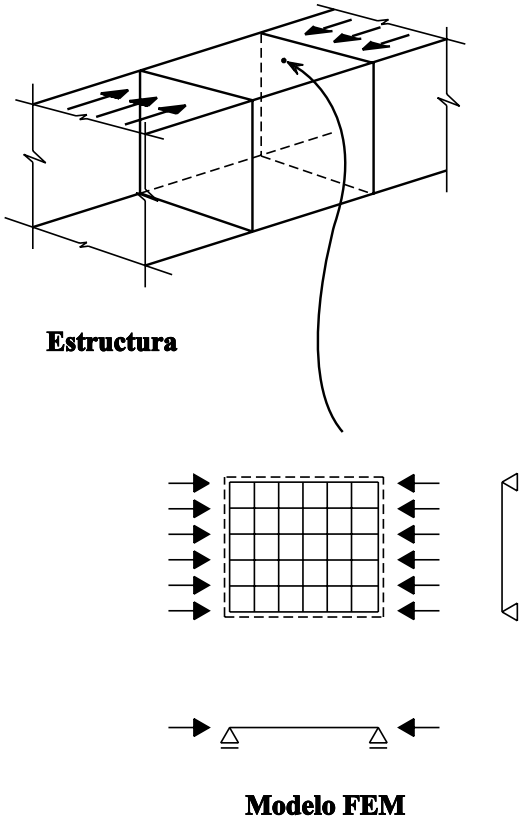


Figura 16 Modelo FEM para estructura real

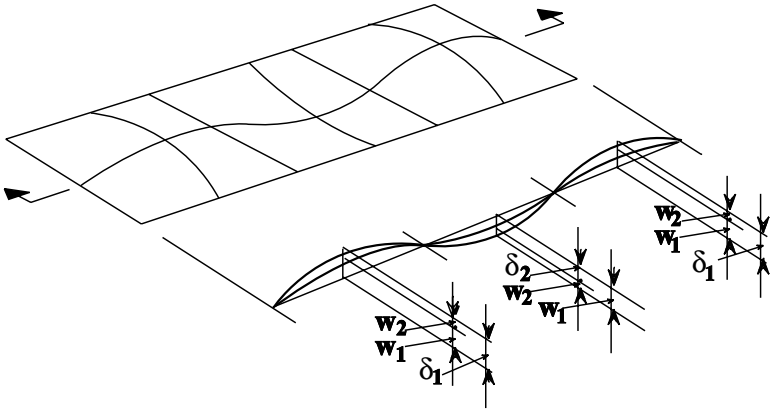
vadora se pueden aplicar articulaciones en los bordes.

- Deben utilizarse elementos de lámina delgada en una malla adecuada, para hacer posibles la fluencia y curvaturas grandes (grandes desplazamientos fuera del plano).
- Debe suponerse que la placa presenta una imperfección inicial con una forma similar al modo de colapso final.

El modo de pandeo de primer orden de Euler puede utilizarse como primera aproximación a esa forma. Además, puede añadirse a dicho modo una perturbación con el fin de evitar problemas de rotura repentina ("snap-throuh") mientras corre el programa, ver figura 17. La amplitud de la forma imperfecta inicial debe estar relacionada con las tolerancias de planitud.

El programa empleado debe ser capaz de tomar en consideración una auténtica relación tensión-deformación, ver figura 18, y, si es necesario, un patrón de tensión inicial. Este último puede también incluirse en la forma inicial.

El modelo de ordenador debe utilizar una carga igual a la carga prevista multiplicada por un factor de carga. Este factor debe incrementarse desde cero hasta el nivel de carga deseado (factor de carga = 1). Si la estructura sigue siendo estable en el factor de carga = 1, debe continuarse el proceso de cálculo hasta el colapso o incluso más allá del colapso, hasta el comportamiento de descarga inestable (ver figura 19). Para calcular el comportamiento de descarga inestable el programa debe ser capaz de utilizar métodos incrementales e iterativos más refinados para alcanzar la convergencia en equilibrio.



w_1 es la amplitud del modo de pandeo de Euler
El tamaño se refiere a las tolerancias de fabricación

w_2 es la amplitud de la perturbación
$w_2 \approx 5$ - 10% de w_1

$\delta_1 = w_1 + w_2$ } son imperfecciones
$\delta_2 = w_1 - w_2$ } iniciales

Figura 17 Imperfecciones iniciales del modo FEM

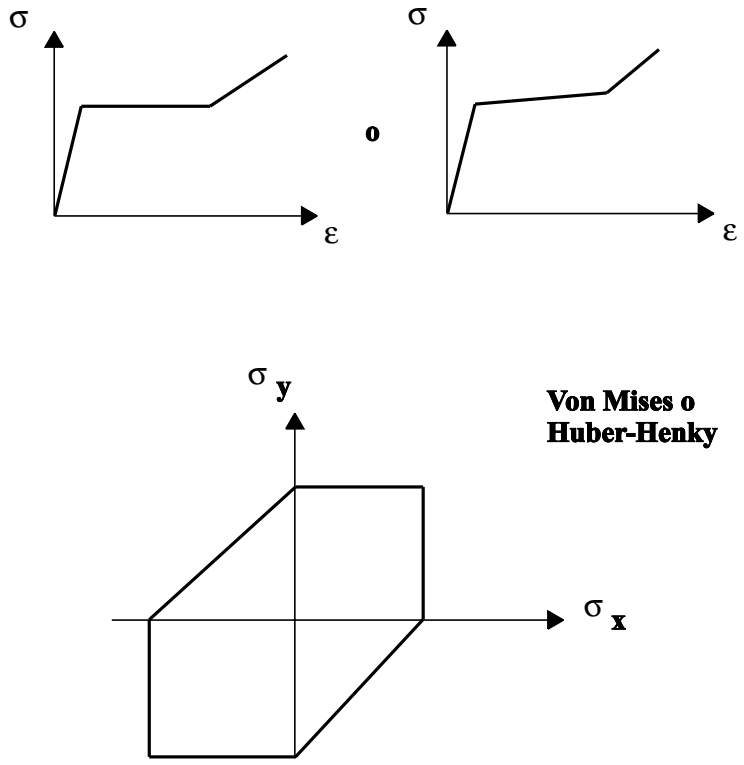


Figura 18 Modelo material del modelo FEM

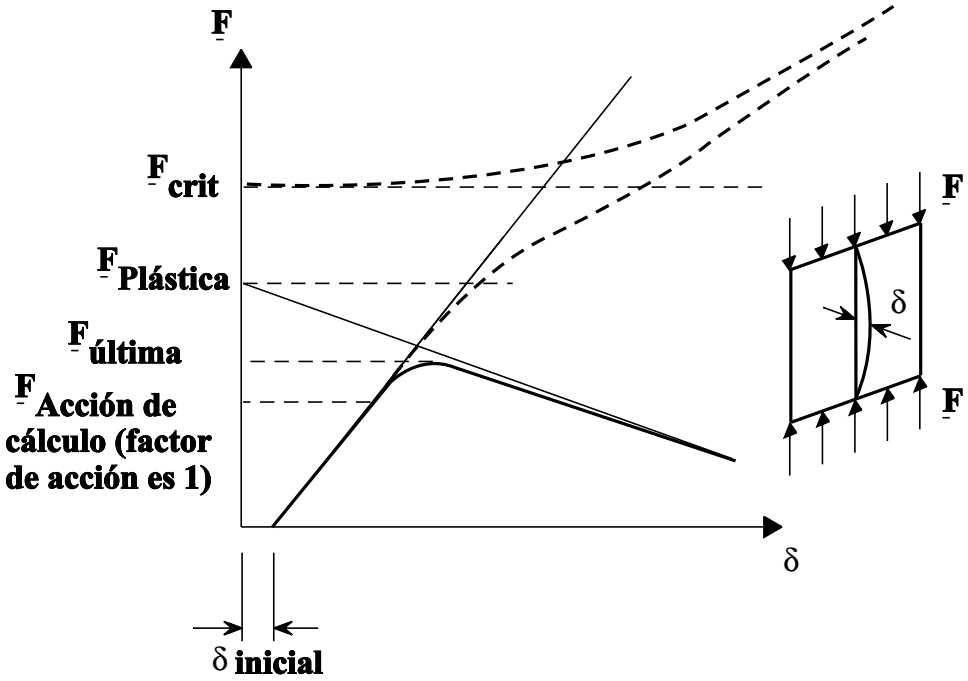


Figura 19 Desplazamientos característicos con acciones dentro y fuera de plano

3. PLACAS NO RIGIDIZADAS SOMETIDAS A CARGAS FUERA DEL PLANO

3.1 Distribución de la carga

3.1.1 Distribución derivado de la teoría de placas

Si las deformaciones de la placa son pequeñas en comparación a su espesor, el plano central de la placa se puede considerar como un plano neutro sin tensiones de membrana. Este supuesto es similar a la teoría de flexión de viga. Solo los momentos de flexión y las fuerzas de cizallamiento mantienen las acciones en equilibrio. Las tensiones de una placa isotrópica se pueden calcular en el régimen elástico resolviendo una ecuación diferencial parcial de cuarto orden, que describe el equilibrio entre las acciones y las reacciones de la placa perpendiculares respecto al plano central de la misma, en términos de flechas transversales w debidas a la flexión.

$$\nabla^4 w = \frac{q}{D}$$

donde:

q = q(x, y): es la carga transversal

$D = Et^3/12(1-\upsilon^2)$: es la rigidez de la placa de espesor t, módulo de elasticidad E y coeficiente de Poisson υ.

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

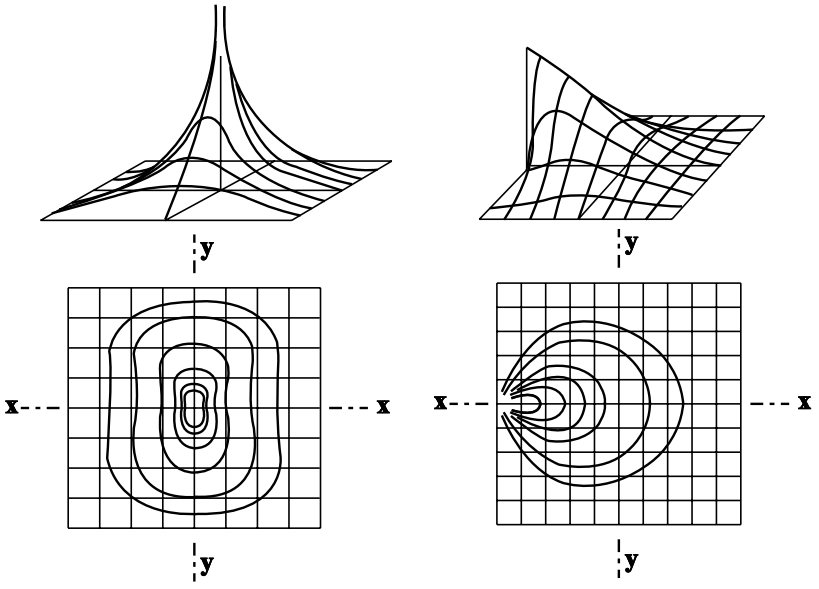
es el operador biarmónico

Al resolver la ecuación de la placa deben tenerse en cuenta las condiciones de contorno (apoyo) establecidas. Por ejemplo, para un borde paralelo al eje y, $w = \partial w/\partial n = 0$ si el borde está empotrado, o $w = \partial w^2/\partial n^2 = 0$ si el borde está simplemente apoyado.

La figura 20 representa algunas soluciones correspondientes a la placa isotrópica.

Puede obtenerse una aproximación mediante un modelo de la placa en forma de enrejado y no teniendo en cuenta los momentos de torsión.

Las placas pueden reaccionar al flexionarse con un patrón de líneas de fluencia que, por analogía con el mecanismo de rótula plástica de las vigas, puede dar forma a un mecanismo plástico en el estado límite (figura 21). La posición de las líneas de fluencia puede determinarse por medio de planteamientos de energía mínima.



Superficie de influencia del momento flector M_{xx} en el centro de una placa cuadrada simplemente apoyado, debida a carga concentrada en cualquier punto de la placa.

Superficie de influencia del momento de borde empotrado M_{yy} de una placa cuadrada empotrada debido a carga concentrada en cualquier punto de la placa.

Figura 20 Superficies de influencia debida a fuerzas específicas internas en una placa

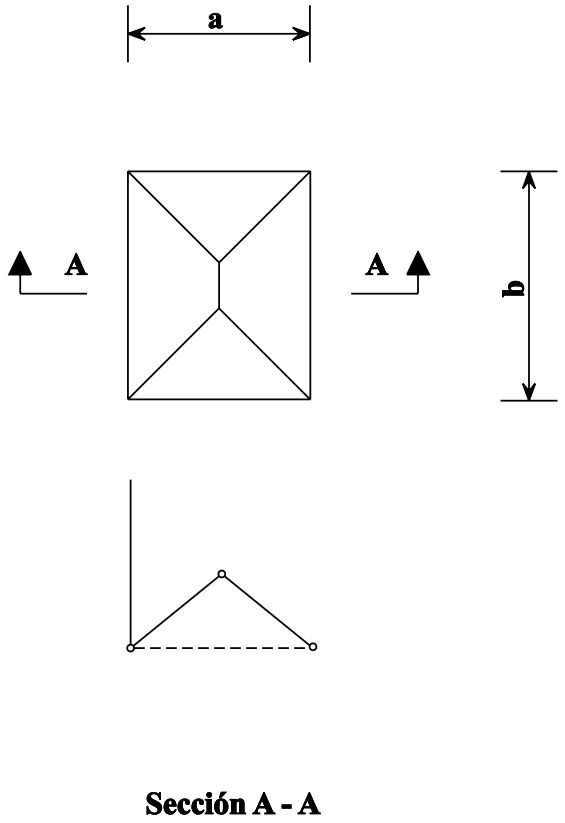


Figura 21 Líneas de rotura en una placa

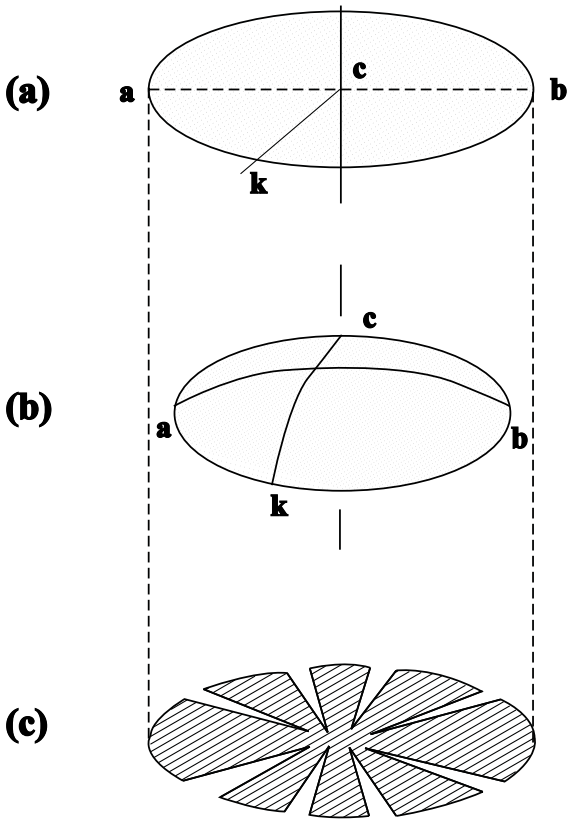


Figura 22 Modelo de acción de membrana en placa circular bajo acciones fuera de plano

Si las deformaciones de la placa son semejantes al espesor de la misma, o incluso mayores, entonces sí que han de tenerse en cuenta las tensiones de membrana de la placa al determinar sus reacciones.

Las tensiones de membrana solo tienen lugar si la superficie central de la placa sufre una deformación curvada. Esta deformación solo puede estar generada por tensión, compresión o esfuerzos cortantes sobre la superficie central.

Puede ilustrarse este comportamiento mediante la placa circular deformada representada en la figura 22b. Se supone que la línea a c b (diámetro d) no cambia durante la deformación, de manera que a'c'b' es igual al diámetro d. Los puntos situados en el borde "akb" están ahora en a'k'b', que ha de encontrarse en un radio menor comparado con el original.

Así pues, la distancia akb se reduce, lo que significa que existen tensiones de membrana en las fibras anulares de la placa.

La distribución de las tensiones de membrana puede verse si se congela la deformación.

Solo puede aplanarse si se practican una serie de cortes radiales, figura 22c, representando los espacios el efecto de las tensiones de membrana; esto explica por qué las superficies curvadas son mucho más rígidas que las planas, y muy adecuadas para la construcción de elementos tales como cúpulas para techos, etc.

Las tensiones de la placa pueden calcularse con dos ecuaciones diferenciales emparejadas de cuarto orden, en las que, además de la deformación desconocida de la placa, se ha de determinar una función de tensión tipo Airy que describe el estado de la membrana.

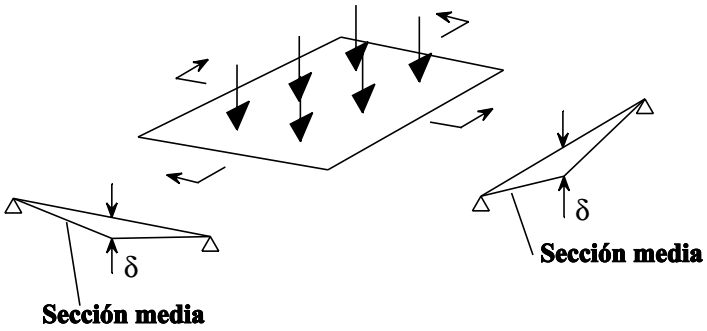
En este caso el problema es no lineal. La solución es mucho más complicada en comparación con la simple teoría de flexión de la placa, que no tiene en cuenta los efectos de membrana.

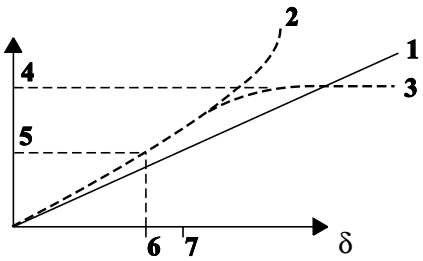
El comportamiento de la placa está gobernado por las ecuaciones de von Karman (13).

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right]$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D}\left[\frac{q}{t} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} 6 - 2\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right]$$

donde F = F(x, y) es la función de tensión de Airy.





1. Relación lineal-elástica
2. Relación no lineal elástica debido al efecto membrana
3. Comportamiento elasto-plástico
4. Resistencia última
5. Nivel de acción de estado de servicio
6. Deformación debida al nivel de servicio
7. Deformación límite a nivel de servicio

Figura 23 Comportamiento de los desplazamientos fuera de plano debidos a acciones fuera de plano

3.1.2 Distribución derivada de los métodos de elementos finitos ("finite element methods" (FEM))

Se mantienen más o menos los mismos planteamientos al emplear los FEM para determinar el reparto de tensiones en placas sometidas a cargas fuera del plano, que cuando se utilizan para placas con cargas en el plano (ver sección 2.1.3), exceptuando lo siguiente:

- El elemento placa debe ser capaz de describir grandes flechas fuera del plano.
- El modelo de material empleado debe incluir plasticidad.

3.2 Flecha y resistencia a la rotura

3.2.1 Flechas

Salvo en lo que respecta a la teoría de mecanismo de líneas de fluencia, todos los métodos analíticos destinados a determinar el reparto de tensiones proporcionarán también las deformaciones, siempre y cuando las tensiones estén en la zona elástica.

El empleo de métodos adecuados de elementos finitos permite determinar con precisión las flechas que tienen en cuenta la disminución de rigidez, debida a la plasticidad en ciertas zonas de la placa. La mayoría de códigos de diseño contienen límites a estas flechas, que han de cumplirse con niveles de carga de servicio (ver figura 23).

3.2.2 Resistencia a la rotura

La resistencia de la placa determinada únicamente mediante la teoría de placas lineal queda por lo general muy subestimada, pues no se tiene en cuenta la resistencia adicional debida al efecto membrana ni la redistribución de fuerzas debida a la plasticidad.

Puede hallarse un límite superior de la resistencia a la rotura por medio de la teoría de líneas de fluencia.

Se pueden obtener resultados más precisos con los FEM. El programa FEM debe entonces incorporar las opciones descritas en la sección 3.1.2.

A través de un procedimiento incremental se puede aumentar el nivel de carga desde cero hasta la carga prevista deseada, o incluso hasta el colapso (ver figura 23).

4. INFLUENCIA DE LA CARGA FUERA DEL PLANO EN LA ESTABILIDAD DE PLACAS NO RIGIDIZADAS

La carga fuera del plano perjudica la estabilidad de un elemento placa no rigidizado en aquellos casos en los que la deformación resultante es similar al modo de colapso por pandeo de la placa sometida únicamente a una carga en el plano.

La estabilidad de un elemento placa cuadrado está pues muy influenciada por la presencia de cargas fuera del plano (de dirección transversal). Así, si la relación dimensional α es menor que $\sqrt{2}$, la estabilidad de la placa debe verificarse teniendo en cuenta la carga fuera del plano. Esto puede hacerse de forma similar a la empleada para un pilar sometido a compresión y a una carga transversal.

Si la relación dimensional α es mayor que $\sqrt{2}$, la estabilidad de la placa debe verificarse sin tener en cuenta el componente de carga fuera del plano.

En el caso de la verificación de la resistencia se han de tener en cuenta ambas cargas simultáneamente.

Cuando se utilizan métodos de elementos finitos adecuados se puede simular el comportamiento completo de la placa teniendo en cuenta la combinación total de cargas.

5. RESUMEN FINAL

1. Se describe la distribución de la carga en placas sometidas a cargas en el plano.
2. Se expone la teoría de pandeo lineal, sus supuestos y resultados.
3. Se tratan las diferencias de comportamiento de placas reales en relación con los supuestos de la teoría lineal.
4. Se trata asimismo la resistencia a la rotura de placas sometidas a cargas en el plano. Las placas presentan una resistencia postcrítica considerable, sobre todo en la zona de grandes esbelteces. Sin embargo, las placas robustas y de esbeltez moderada se ven perjudicadas por las imperfecciones geométricas y del material, y por la plasticidad.

   Se ejemplifica la aplicación del método de anchura eficaz.

   Se presentan algunos diagramas para la determinación de la resistencia portante de placas sometidas a una combinación de tensiones.
5. Se describe el reparto de la carga en placas sometidas a cargas fuera del plano.
6. Se expone la resistencia a la rotura de placas sometidas a cargas fuera del plano.
7. Se describe la influencia de las cargas fuera del plano en la estabilidad de placas no rigidizadas. Puede concluirse que la carga fuera del plano perjudica la estabilidad de un elemento placa no rigidizado si las deformaciones resultantes de esta sola carga son similares al modo de colapso por pandeo de la placa sometida únicamente a una carga en el plano.
8. Se describe la utilización de los métodos de elementos finitos para el análisis de la estabilidad y el comportamiento fuera del plano de las placas.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Bryan, G. K., “On the Stability of a Plane Plate under Thrusts in its own Plane with Application on the “Buckling” of the Sides of a Ship”. Math. Soc. Proc. 1891, 54.

[2] Szilard, R., “Theory and Analysis of Plates”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.

[3] Brush, D. O. and Almroth, B. O., “Buckling of Bars, Plates and Shells”, McGraw-Hill, New York, 1975.

[4] Wolmir, A. S., “Biegsame Platten und Schalen”, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1962.

[5] Timoshenko, S., and Winowsky-Krieger, S., “Theory of Plates and Shells”, Mc Graw Hill, 1959.

[6] Chwalla, E., “Uber dés Biégungsbeulung der Langsversteiften Platte und das Problem der Mindersteifigeit”, Stahlbau 17, 84-88, 1944.

[7] Dubas, P., Gehri, E. (editors), “Behaviour and Design of Steel Plated Structures”, ECCS, 1986.

[8] Eurocode 3: “Design of Steel Structures”: ENV 1993-1-1: Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

[9] Harding, J. E., “Interaction of direct and shear stresses on Plate Panels” in Plated Structures, Stability and Strength”. Narayanan (ed.), Applied Science Publishers, London, 1989.

[10] Linder, J., Habermann, W., “Zur mehrachsigen Beanspruchung beim” Plattenbeulen. In Festschrift J. Scheer, TU Braunschweig, 1987.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.3: Comportamiento y Diseño de Placas Rigidizadas

OBJETIVOS/CONTENIDO

Exponer la distribución de la carga, la estabilidad y la resistencia a la rotura de placas rigidizadas sometidas a cargas en el plano y fuera del plano.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lección 10.1: Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas

Lección 10.2: Comportamiento y Diseño de Placas no Rigidizadas

LECCIONES AFINES

Lección 10.4: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas

RESUMEN

Se expone la distribución de la carga en estructuras de placas no rigidizadas sometidas a cargas en el plano, y se deducen las cargas críticas de pandeo mediante la teoría lineal-elástica. Se describen y comparan dos métodos de cálculo para la determinación de la resistencia a la rotura de placas rigidizadas. También se plantea la carga fuera del plano y se expone su influencia en la estabilidad. Los requisitos de los modelos de elementos finitos para placas rigidizadas se esbozan utilizando como base los correspondientes a placas no rigidizadas.

1. INTRODUCCIÓN

La automatización de los procedimientos de soldadura y la necesidad de diseñar los elementos no solo para que tengan la resistencia portante necesaria, sino también para que cumplan exigencias estéticas y de utilidad, hace que exista una mayor tendencia hacia el uso de estructuras de placas de paredes delgadas, sobre todo cuando se descarta el empleo de secciones laminadas debido a la forma y tamaño de la estructura. La selección adecuada de los espesores de placa, de las calidades del acero y de la forma y posición de los rigidizadores permite la mejor adaptación de las secciones transversales a las condiciones de carga y utilidad, ahorrándose así en peso del material. Son ejemplos de estas estructuras, como muestra la figura 1, las almas y cabezas de vigas armadas, las paredes de vigas cajón, las techumbres de paredes delgadas, fachadas etc.

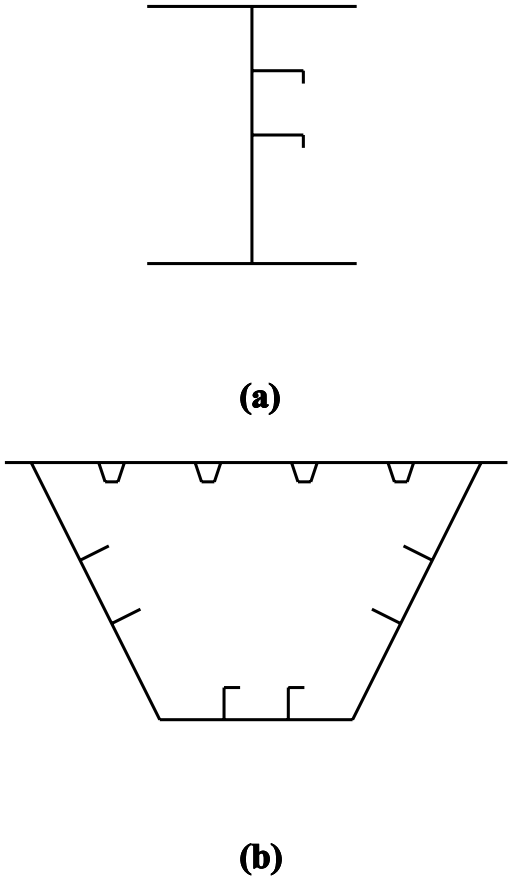


Figura 1 Ejemplos de placas rigidizadas

Los elementos de placas soportan simultáneamente:

a) cargas perpendiculares al plano,

b) cargas en el plano.

En estos elementos de acero la acción fuera del plano tiene una importancia secundaria, puesto que, debido a los típicamente pequeños espesores de placa involucrados, no suelen utilizarse para soportar cargas transversales. Sin embargo, la acción en el plano sí reviste una importancia considerable en las estructuras de placas.

El propósito del diseño es aprovechar toda la resistencia del material. Al poseer estos elementos de placas una gran esbeltez debida a esos reducidos espesores, su resistencia portante disminuye a causa del pandeo. Puede no obstante obtenerse un diseño económico cuando se disponen rigidizadores longitudinales y/o transversales. Estos rigidizadores pueden ser de secciones abiertas o cerradas rígidas a la torsión, como muestra la figura 2. Cuando los

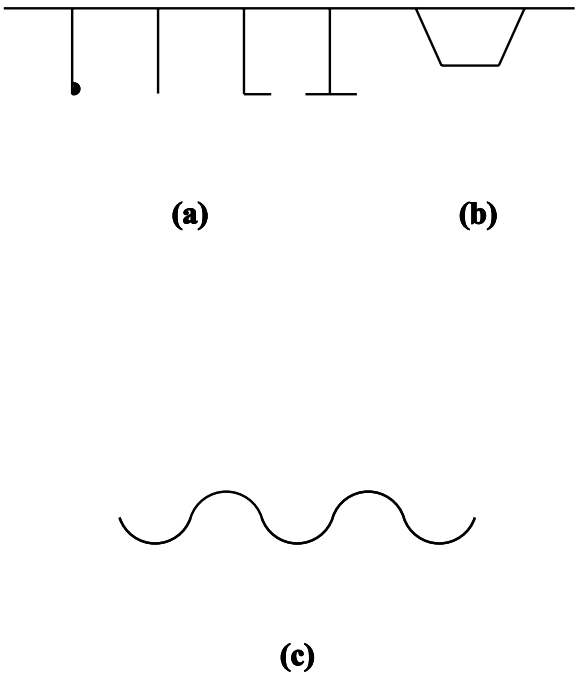


Figura 2 Placas rigidizadas:
(a) abiertas
(b) rigidizadores cerrados
(c) placas corrugadas

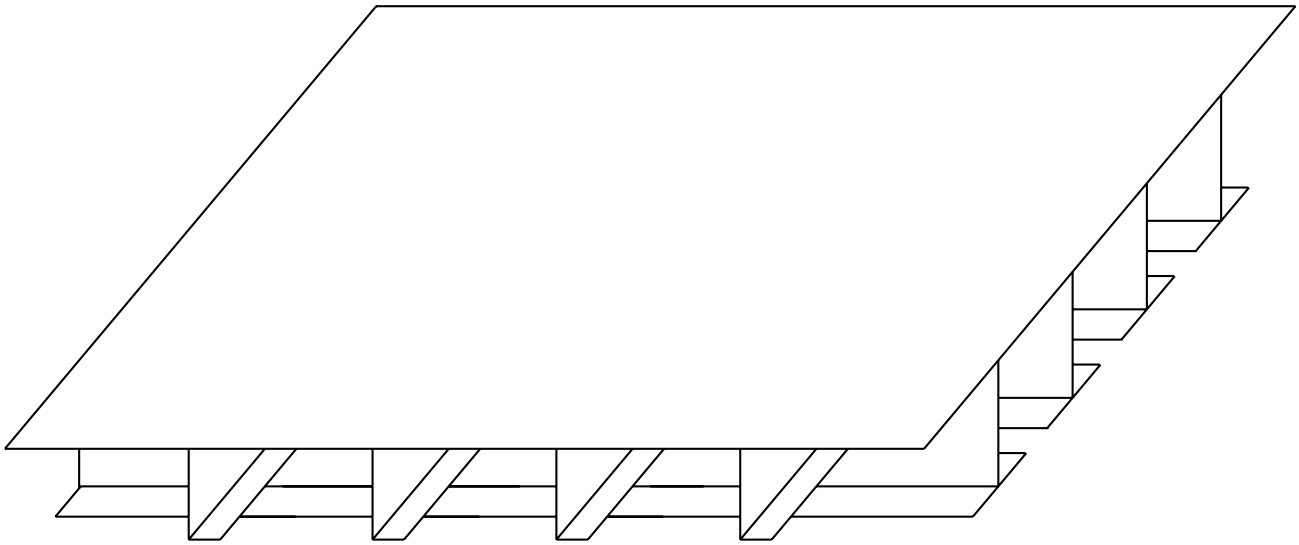


Figura 3 Placa ortotrópica

rigidizadores se disponen en un enrejado regular ortogonal, y la separación es lo bastante reducida como para “extenderlos” de un modo continuo en el análisis, la placa rigidizada recibe el nombre de placa ortogonal anisotrópica o, abreviado, placa ortotrópica (figura 3). En esta lección se presentará el comportamiento de elementos placa rigidizados sometidos a cargas en el plano. También se expondrá el comportamiento bajo cargas fuera del plano, así como la influencia de éstas en la estabilidad de las placas rigidizadas.

Las lecciones sobre vigas armadas se ocupan de temas específicos como la carga por zonas y el método del campo de tensión.

2. PLACAS RIGIDIZADAS SOMETIDAS A CARGAS EN EL PLANO

2.1 Distribución de la carga

2.1.1 Distribución derivada de la teoría de membrana

Distribución de tensiones puede determinarse a partir de las soluciones a las ecuaciones de Navier (ver lección 10.2, sección 2.1.1), pero en el caso de placas rigidizadas esto se limita a aquéllas en las que la separación entre los rigidizadores longitudinales y transversales es reducida, disponiéndose éstos simétricamente a ambos lados de la placa y produciendo igual rigidez en dirección longitudinal y transversal, ver figura 4. Esta configuración da lugar a un comportamiento isotrópico cuando los rigidizadores se difunden. En la práctica no es una rigidización útil y por lo tanto no suele utilizarse.

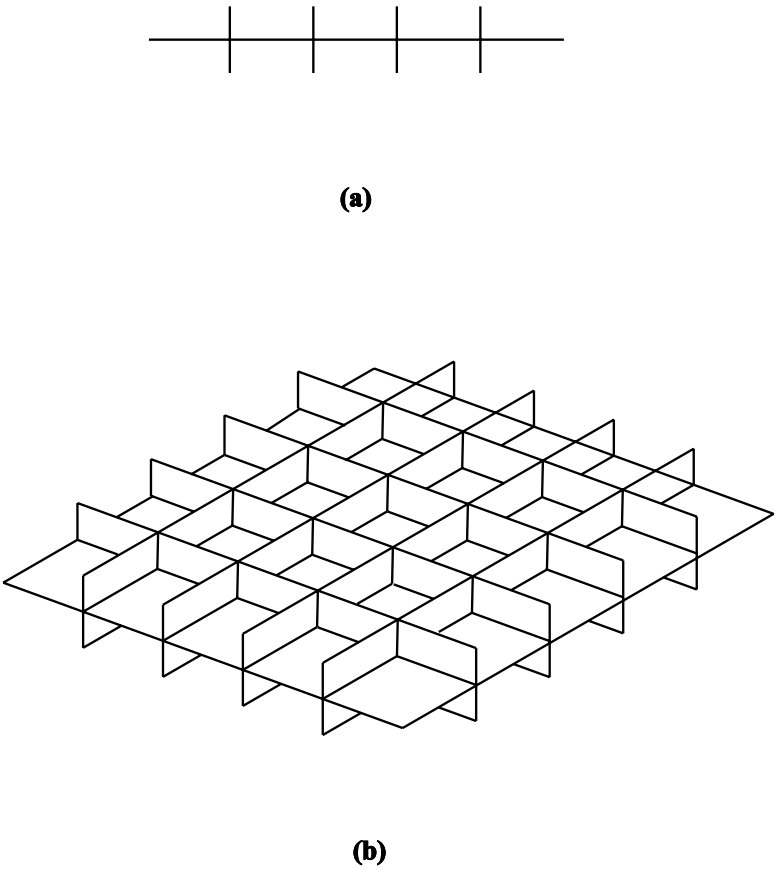


Figura 4 Comportamiento isotrópico de placas rigidizadas simétricamente

Al calcular el reparto de tensiones en la placa deben tenerse en cuenta todas las desviaciones de la situación “ideal” (rigidizadores excéntricos, etc.).

2.1.2 Reparto de la carga derivada de la teoría lineal-elástica empleando la hipótesis de Bernouilli

Al igual que con las placas no rigidizadas, el modo más práctico de determinar el reparto de tensiones en el elemento es empleando la hipótesis de deformación plana. Sin embargo, dado que las placas rigidizadas poseen una anchura relativamente grande, el reparto de tensiones real puede diferir sustancialmente de la calculada debido al efecto de la deformación por cizalladura (“shear lag”).

La deformación por cizalladura puede tenerse en cuenta por medio de una anchura de reborde reducida, concentrada a lo largo de los bordes y en torno a los rigidizadores en la dirección de la carga (ver figura 5).

2.1.3 Reparto derivado de los métodos de elementos finitos

Se puede realizar un modelo de los rigidizadores como elementos de viga-columna unidos excéntricamente a los elementos placa, ver lección 10.2, sección 2.1.3.

En caso de que los rigidizadores sean vigas relativamente profundas (con almas grandes) es

mejor que el modelo de las almas presente elementos placa y el de la cabeza, si la hay, un elemento de viga-columna.

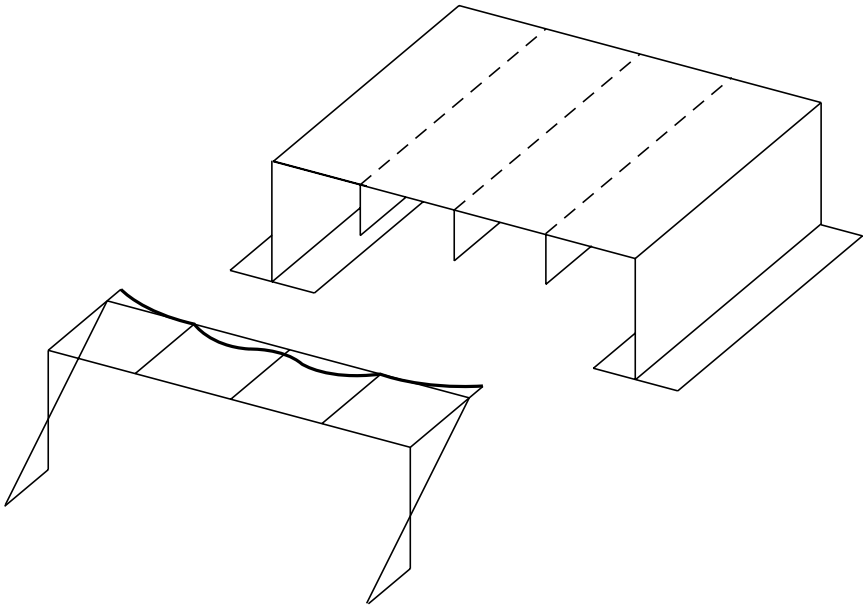
2.2 Estabilidad de las placas rigidizadas

2.2.1 Teoría de pandeo lineal

El conocimiento de la carga crítica de pandeo en placas rigidizadas reviste importancia no solo porque el diseño estuvo una vez basado en ella (y hasta cierto punto sigue estándolo), sino también porque se utiliza como parámetro en los modernos procedimientos de diseño. Los supuestos de la teoría de pandeo lineal de placas son los siguientes:

a) la placa es totalmente plana y está libre de tensiones;
b) los rigidizadores están perfectamente enderezados;
c) la carga es absolutamente concéntrica;
d) el material es lineal-elástico;
e) los desplazamientos transversales son relativamente reducidos.

La trayectoria de equilibrio presenta un punto de bifurcación que corresponde a la carga crítica (figura 6). En las placas rigidizadas las soluciones analíticas, a través de una integración directa de las ecuaciones diferenciales que las rigen, solo son posibles en casos específicos; por eso se emplean generalmente métodos numéricos aproximativos. En este sentido es de la mayor importancia el enfoque de Rayleigh-Ritz, basado en el método de la energía. Si Π_0, y Π_I representan la energía potencial total de la placa en el estado inicial no reformado y el punto de bifurcación, respectivamente (figura 6), la aplicación del principio de los desplazamientos virtuales da lugar a la expresión:



La distribución de tensiones en el ala rigidizada difiere respecto de la distribución basada en la hipótesis de sección plana, debido al desfase de cortante.

Figura 5 Desfase de cortante en una placa rigidizada

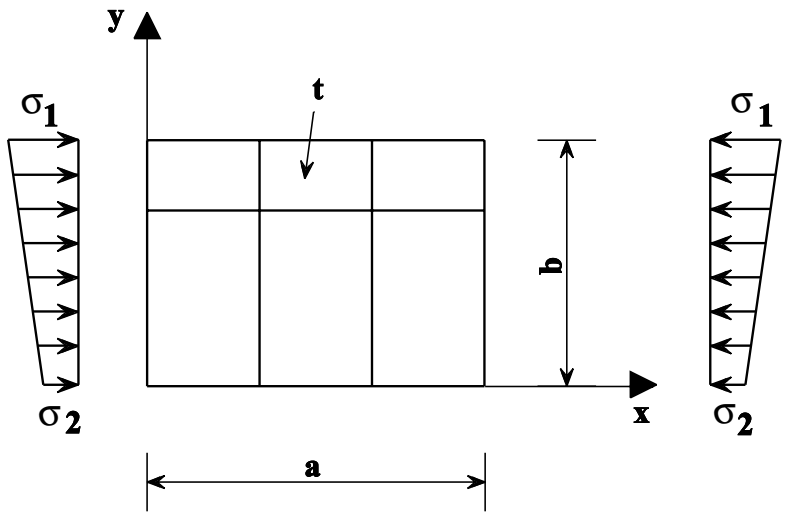
$$\delta(\Pi_I) = \delta(\Pi_0 + \Delta\Pi_0) = \tag{1}$$

$$= \delta(\Pi_0 + \delta\Pi_0 + \frac{1}{2}\delta^2\Pi_0 + ...) = 0$$

pues Π_I está en equilibrio. Pero el estado inicial también está en equilibrio, y por tanto $\delta\Pi_0 = 0$. La condición de estabilidad pasa a ser:

$$\delta(\delta^2\Pi_0) = 0 \tag{2}$$

en el caso de placas rigidizadas, $\delta^2\Pi_0$ incluye la energía de deformación de la placa y los rigidizadores, así como el potencial de las fuerzas externas que actúan sobre ellos. Los rigidizadores se caracterizan por tres coeficientes adimensionales δ, γ, υ que expresan su rigidez relativa



$$\alpha = \frac{a}{b} \qquad \psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Figura 6 Rigidización ideal de placa bajo cargas desestabilizadoras

al alargamiento, la flexión y la torsión, respectivamente.

En placas rectangulares con apoyo simple en todos los lados (figura 6), se puede hacer una aproximación a los desplazamientos transversales en estado pandeado por medio de la serie doble de Fourier:

$$w(x,y) = \sum_m \sum_n a_{mn} \operatorname{sen}\frac{m\Pi x}{a} \operatorname{sen}\frac{n\Pi y}{b} \quad (m,n = 1,2,3...) \qquad (3)$$

que cumple las condiciones de contorno. El criterio de estabilidad, ecuación (2), pasa a ser:

$$\frac{\delta(\delta^2\Pi)}{\delta a_{mn}} = 0 \qquad (4)$$

dado que los únicos parámetros desconocidos son las amplitudes a_{mn}, las ecuaciones (4) forman un grupo de ecuaciones lineales y homogéneas cuyo número es igual al número de coeficientes distintos a cero a_{mn} contenidos en la expansión Ritz. El establecimiento del determinante de los coeficientes iguales a cero da como resultado las ecuaciones de pandeo. El valor propio mínimo es el denominado coeficiente de pandeo k. La carga crítica de pandeo viene entonces dada por la expresión:

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E = 0 \tau_{cr} = k_\tau \sigma_E \qquad (5)$$

$$\text{con } \sigma_E = \frac{\Pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2}$$

Los estudios más amplios sobre placas rigidizadas rectangulares de apoyo simple fueron llevados a cabo por Klöppel y Scheer[1], y Klöppel y Möller[2]. Estos autores ofrecen diagramas, como los que muestra la figura 7, para determinar k en función de los coeficientes δ y γ, antes descritos, y de los parámetros $\alpha = a/b$ y $\psi = \sigma_2/\sigma_1$ según se definen en la figura 6a. También existen soluciones para casos específicos de placas con bordes totalmente empotrados, rigidizadores de rigidez sustancial a la torsión, etc. El lector encontrará la bibliografía pertinente en las obras de Petersen[3] y Dubas y Gehri[4].

Cuando hay más de dos rigidizadores en una dirección se requiere un considerable esfuerzo numérico para determinar k; por ejemplo, un elemento placa con 2 rigidizadores longitudinales y 2 transversales requiere una expansión Ritz de 120. Pueden hallarse soluciones prácticas “extendiendo” los rigidizadores por toda la placa. El comportamiento de la placa es entonces ortotrópico y se puede determinar el coeficiente de pandeo con el mismo procedimiento antes descrito.

Una alternativa a las placas rigidizadas, con un gran número de rigidizadores a distancias iguales y con los elevados costes de soldadura a ellas asociados, son las placas onduladas (figura 2c). También éstas pueden tratarse como placas ortotrópicas, utilizando rigideces ortotrópicas equivalentes [5].

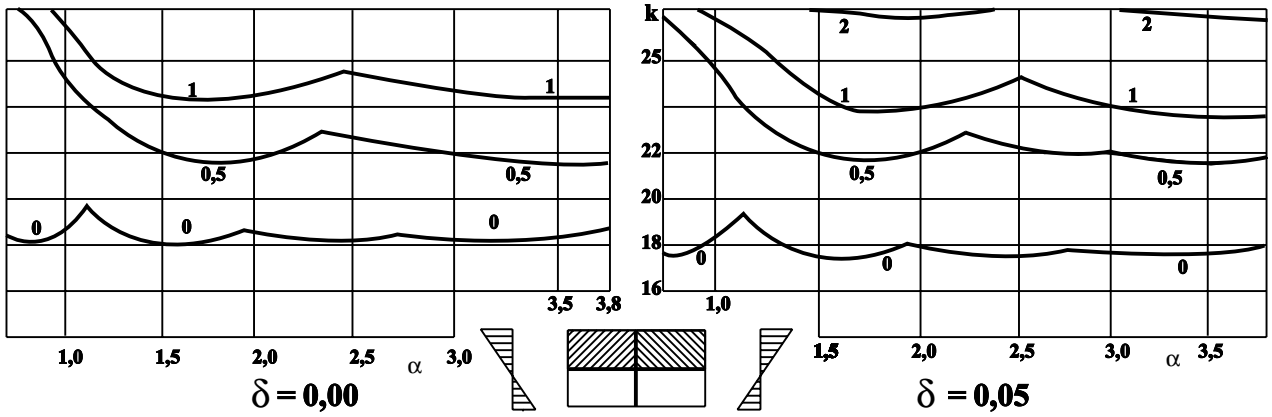


Figura 7 Coeficiente de pandeo k_σ para placa rigidizada

Hasta aquí se ha tenido en cuenta únicamente una carga simple. Para combinaciones de tensiones perpendiculares y de cizalladura la interacción lineal, según la describe Dunkerley, resulta muy conservadora. Por otro lado, la determinación directa del coeficiente de pandeo fracasa, debido al gran número de combinaciones que se han de tomar en consideración. Por eso se ha desarrollado un método aproximativo basado en la correspondiente interacción para placas no rigidizadas, siempre y cuando la rigidez de los rigidizadores sea tal, que el pandeo tiene lugar en el elemento secundario no rigidizado antes de que lo sufra la placa rigidizada. La tensión crítica de pandeo se determina en estos casos mediante la expresión:

$$\sigma_{ver} = k_\sigma Z_1 s \sigma_E \qquad (6)$$

donde σ_E significa lo mismo que en la ecuación (5).

s viene dado por los diagramas (Figura 8b).

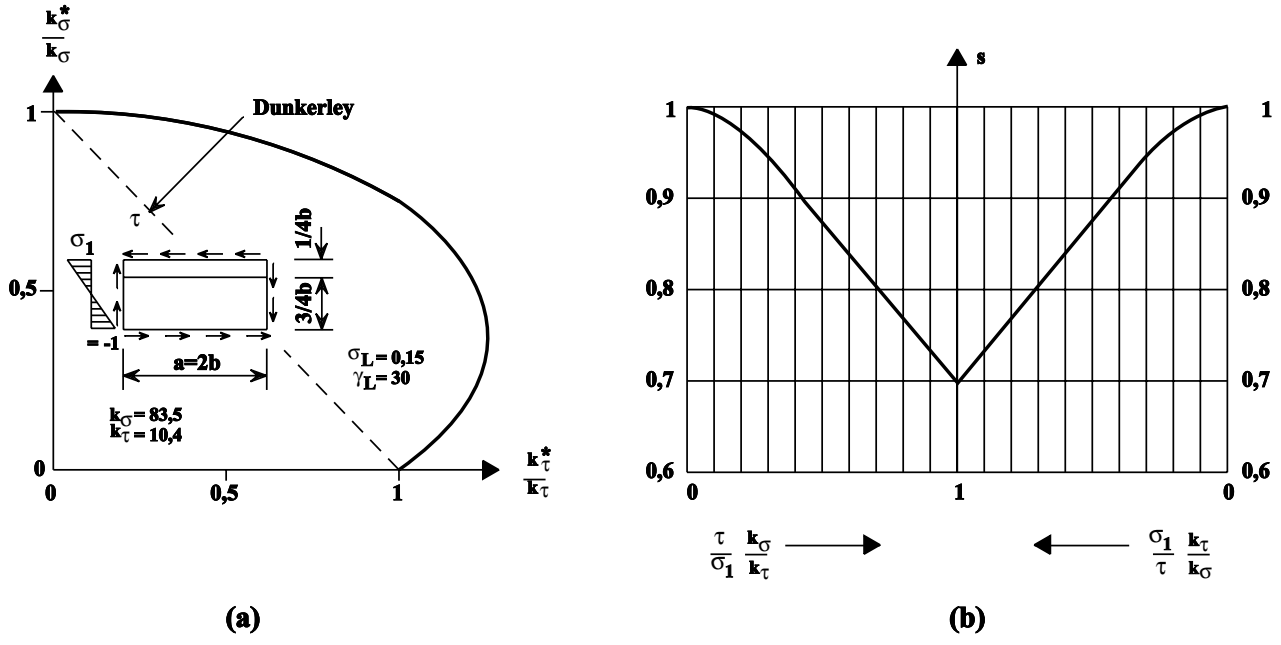


Figura 8 Diagrama de interacción

$$Z_1 = \sqrt{1 + 3(k_\tau / k_\sigma)^2}$$

k_σ, k_τ son los coeficientes de pandeo correspondientes a tensiones perpendiculares y de cizalladura actuando independientemente

El lector encontrará más detalles en la bibliografía antes mencionada.

Rigidez óptima de los rigidizadores

Suelen definirse tres tipos de rigidez óptima de los rigidizadores γ^*, basados en la teoría de pandeo lineal [6]. El primer tipo γ_I^* se define como aquél en el que para valores $\gamma > \gamma_I^*$ no es posible un mayor aumento de k, como muestra la figura 9a, pues para $\gamma = \gamma_I^*$ los rigidizadores permanecen derechos.

El segundo tipo γ_{II}^* se define como el valor con el que dos curvas de los coeficientes de pandeo, pertenecientes a un número distinto de ondas, se cruzan (figura 9b). El coeficiente de pandeo correspondiente a $\gamma < \gamma_{II}^*$ se reduce considerablemente, mientras que experimenta un ligero aumento en relación con $\gamma > \gamma_{II}^*$. La deformación de un rigidizador con $\gamma = \gamma_{II}^*$ es simultánea al pandeo de la placa.

El tercer tipo γ_{III}^* se define como aquél en que el coeficiente de pandeo de la placa rigidizada se iguala al coeficiente de pandeo del elemento secundario no rigidizado más crítico (figura 9c).

Así pues, el procedimiento para determinar la rigidez óptima o crítica es muy simple. Sin embargo, debido a las imperfecciones iniciales tanto de la placa como de los rigidizadores, causadas por las tensiones alternativas y de soldadura, el uso de rigidizadores con una rigidez crítica no va a garantizar que éstos permanezcan derechos cuando la placa no rigidizada contigua sufra el pandeo.

Este problema puede solventarse multiplicando la rigidez óptima (crítica) por un factor, m, al diseñarse los rigidizadores.

Este factor se establece a menudo como m = 2,5 para los rigidizadores que forman con la placa una sección transversal cerrada, y como m

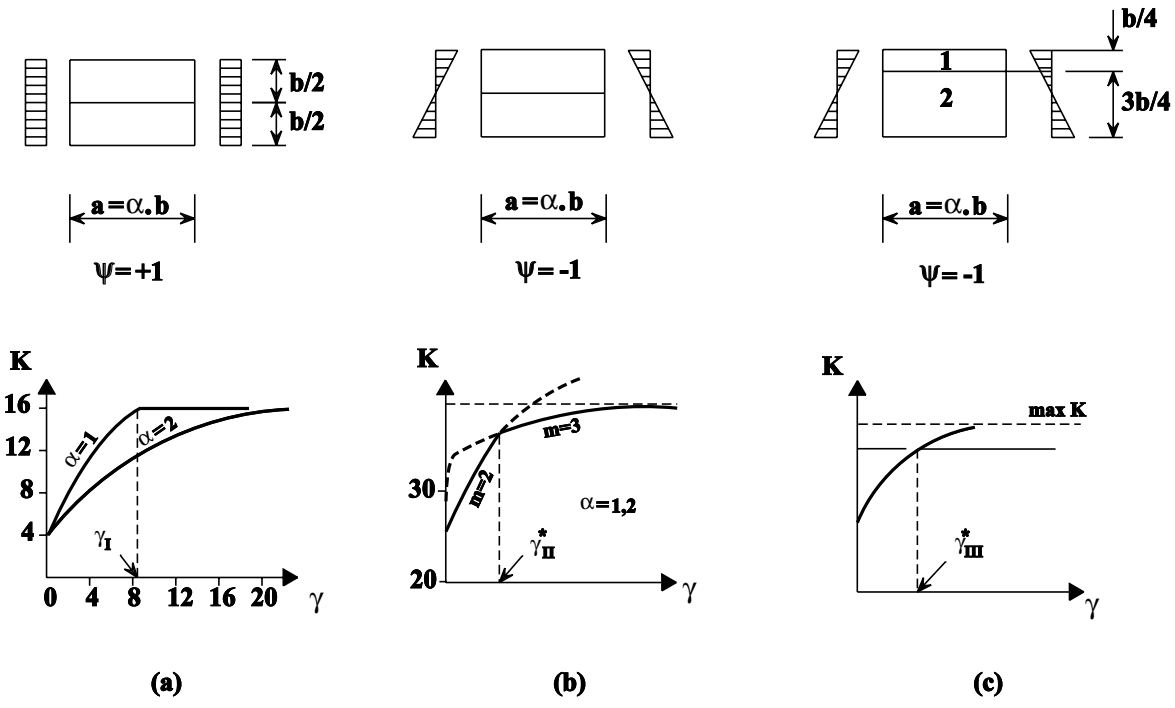


Figura 9 Definición de rigidizadones óptimas γ^*

= 4 para los de sección transversal abierta como los de gran ángulo y en T.

2.2.2 Resistencia a la rotura de placas rigidizadas

Comportamiento de placas rigidizadas

Se han dedicado muchas investigaciones teóricas y experimentales al estudio de las placas rigidizadas. Esta investigación se intensificó tras la destrucción en los años setenta, debida al pandeo de las placas, de cuatro grandes puentes de acero en Austria, Australia, Alemania y Reino Unido. Muy pronto se puso de manifiesto que la teoría de pandeo lineal no puede describir de forma precisa el comportamiento real de las placas rigidizadas. La razón principal es que no puede tener en cuenta lo siguiente:

a) la influencia de imperfecciones geométricas y de tensiones residuales de la soldadura;

b) la influencia de grandes deformaciones y, en consecuencia, de un comportamiento posterior al pandeo;

c) la influencia de deformaciones plásticas debidas a la fluencia del material;

d) la posibilidad de que el rigidizador falle.

En lo que respecta a la influencia de las imperfecciones, se sabe que su presencia perjudica la resistencia portante de las placas, sobre todo en la gama de esbeltez moderada y con tensiones de compresión (no de cizalladura) perpendiculares.

Por otro lado, las grandes deformaciones permiten por lo general a la placa soportar cargas en el régimen post-crítico, aumentando de este modo su resistencia portante especialmente en la gama de gran esbeltez. Sin embargo, el comportamiento posterior al pandeo que muestran las placas no rigidizadas no siempre está presente en las rigidizadas. Tomemos, por ejemplo, el borde rigidizado de una viga cajón sometida a compresión, tal como la muestra la figura 10. Dado que la anchura global del elemento, medida como la distancia entre las almas portantes, es generalmente grande, la influencia de los soportes longitudinales es bastante reducida. Así, el comportamiento de este alma se parece más al de una barra sometida a compresión que al de una placa. De acuerdo con esto, esta placa rigidizada no posee resistencia posterior al pandeo.

Como en los paneles no rigidizados, las deformaciones plásticas juegan un papel tanto más importante cuanto menor es la esbeltez, dando lugar a cargas de rotura inferiores.

El ejemplo de una placa rigidizada sometida a compresión, como la de la figura 11, sirve para ilustrar por qué la teoría de pandeo lineal no puede predecir la modalidad de fallo del rigidizador. En esta placa pueden observarse dos modalidades diferentes de fallo: la primera está relacionada con el fallo por pandeo del elemento

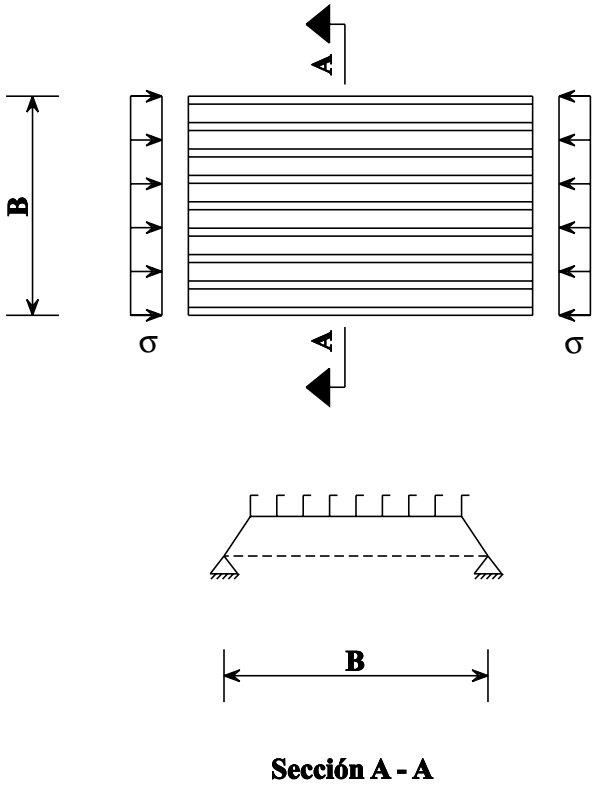


Figura 10 Modelo de placa rigidizada, considerando cada rigidizador separadamente

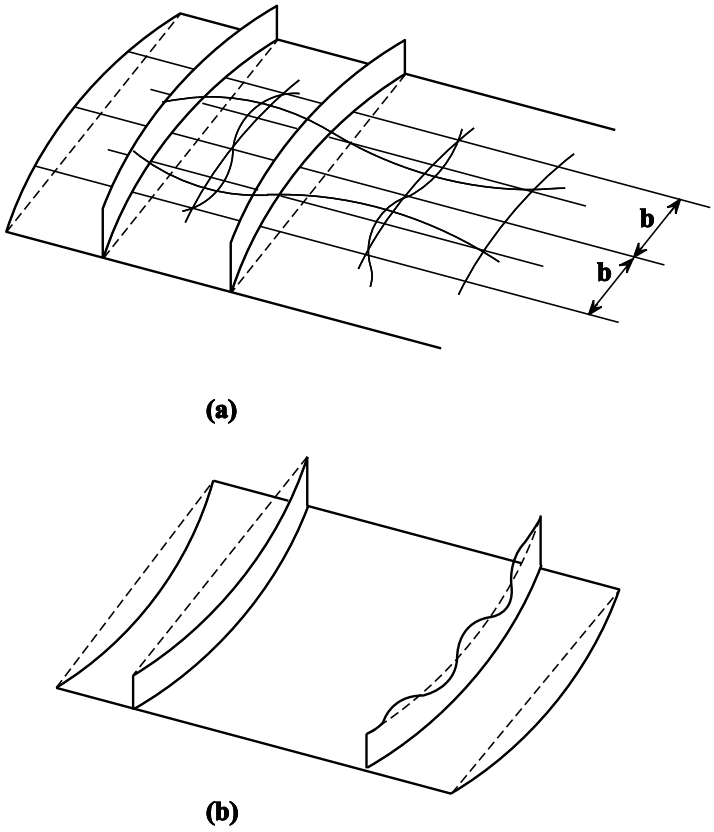


Figura 11 Imperfecciones geométricas:
(a) fallo de placa
(b) fallo de rigidizador

placa; la segunda con el fallo por pandeo torsional de los rigidizadores. Las deformaciones globales tras el pandeo se dirigen, en el primer caso, hacia los rigidizadores, y en el segundo, hacia los elementos placa, debido al movimiento hacia arriba o hacia abajo del centro de gravedad de la sección transversal central. Las investigaciones experimentales sobre elementos rigidizados han demostrado que la modalidad de fallo del rigidizador resulta mucho más crítica para los rigidizadores abiertos y cerrados, pues da lugar por lo general a menores cargas de rotura y al colapso repentino. De acuerdo con esto, no solo es importante la magnitud de las imperfecciones, sino también su dirección.

Como consecuencia de las deficiencias antes mencionadas del modo en que la teoría de pandeo lineal describe el comportamiento de las placas rigidizadas, recientemente se han desarrollado dos métodos de cálculo diferentes. El primero, según se formuló inicialmente en las recomendaciones ECCS [7] relativas al cálculo de tensión admisible, y ampliado más tarde por DNI 18800, parte 3 [8], al cálculo en estado límite de rotura, sigue utilizando valores tomados de la teoría de pandeo lineal para placas rigidizadas. El segundo, según se formula es los recientes borradores de las recomendaciones ECCS [9, 10], se basa en su lugar en diversos modelos simples de estado límite para configuraciones geométricas y condiciones de carga específicas. Ambos métodos se han contrastado con resultados experimentales y teóricos. Ahora se presentarán y expondrán brevemente.

Método de cálculo con valores tomados de la teoría de pandeo lineal

Haciendo referencia a una placa rigidizada con apoyo a lo largo de sus bordes (figura 12), se distingue entre los elementos individuales, es decir IJKL, elementos parciales, o sea EFGH, y el elemento global ABCD. El cálculo se basa en la condición de que las tensiones previstas de todos los elementos no deberán exceder las correspondientes resistencias previstas. El ajuste de la teoría de pandeo lineal al comportamiento real de las placas rigidizadas se realiza básicamente conforme a lo siguiente:

a) introducción de curvas de pandeo según se ilustran en la figura 12b;

b) estudio de la anchura eficaz, debida al pandeo local, correspondiente a los bordes asociados a los rigidizadores;

c) fórmulas de interacción para la presencia simultánea de tensiones σ_x, σ_y y τ en el estado límite de rotura;

d) factores de reducción adicionales para el comportamiento de la placa como pilar;

e) disposición de rigidizadores con una rigidez torsional mínima, con el fin de evitar el pandeo lateral de torsión.

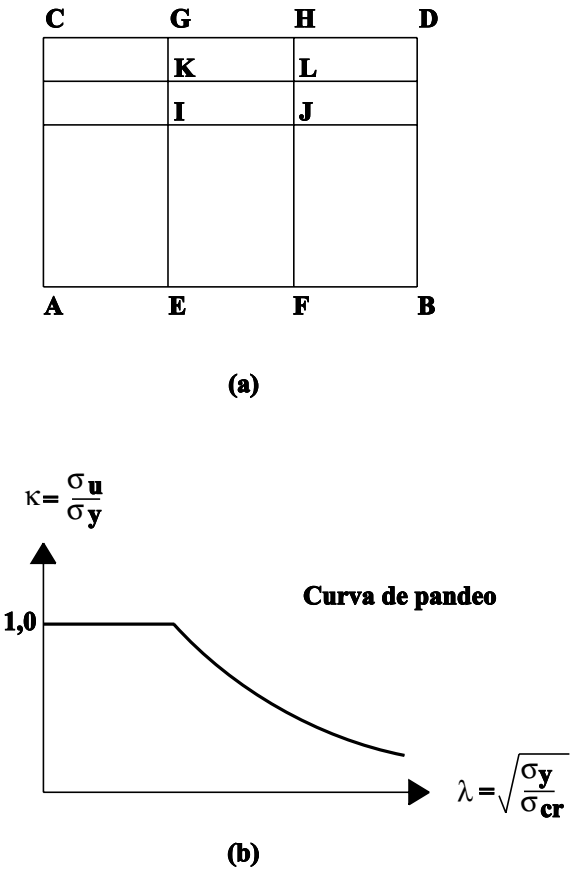


Figura 12 (a) Definición de subpaneles en placa rigidizada
(b) Curva de pandeo

Método de cálculo con modelos simples de estado límite

Se han publicado borradores de códigos europeos y recomendaciones que se ocupan del diseño de los siguientes elementos:

a) Vigas armadas, solo con rigidizadores transversales (figura 13a) - Eurocode 3[11].

b) Almas de vigas armadas y vigas cajón, con rigidización longitudinal (figura 13b) -ECCS-TWG 8.3, 1989.

c) Alas comprimidas rigidizadas de vigas cajón (figura 13c) - ECCS[10].

Aquí solo se expone un esbozo breve de los modelos propuestos; se encontrarán más detalles en las lecciones 10.4, 10.5.1, 10.5.2, 10.6.1 y 10.6.2 sobre vigas armadas y vigas cajón.

La placa rigidizada puede considerarse como un emparrillado de vigas-columnas con carga de compresión. Por razones de simplicidad, en la resistencia a la rotura no se tienen en cuenta las placas no rigidizadas, que solo transfieren la carga a las vigas-columnas, consistentes en los propios rigidizadores y las anchuras eficaces adyacentes de la placa. Esta anchura eficaz de la placa se determina por el pandeo de las placas no rigidizadas (ver la sección 2.2.1 de la lección 10.2). La resistencia a la flexión M_u, reducida lo necesario debido a la presencia de fuerzas axiales, se determina haciendo uso de las características de la sección transversal eficaz. Cuando están presentes simultáneamente fuerzas de cizallamiento y momentos de flexión se da una fórmula de interacción. Se encontrarán más detalles en las recomendaciones originales.

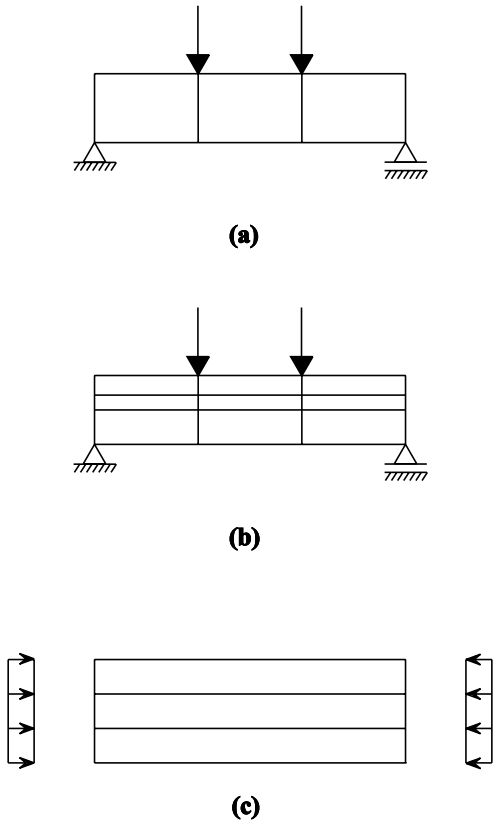


Figura 13 Viga armada (a) sin rigidizadores longitudinales,
(b) con rigidizadores longitudinales,
(c) ala rigidizada comprimida axialmente

La resistencia de la cabeza de una viga cajón sometida a compresión se puede determinar empleando el método presentado en las recomendaciones ECCS a las que se ha hecho referencia antes, planteándose una barra compuesta por un rigidizador y una anchura eficaz de placa asociada. La resistencia prevista se calcula mediante la fórmula Perry-Robertson. Las fuerzas de cizallamiento debidas al esfuerzo cortante de torsión o de viga se tienen en cuenta reduciendo el límite aparente de fluencia del material conforme al criterio de fluencia de Mises. También se da un método alternativo haciendo uso de las propiedades de placa ortotrópica.

Los métodos anteriores utilizan resultados de la teoría de pandeo lineal de placas no rigidizadas (valor de V_{cr}, determinación de b_{eff} etc.). En las placas rigidizadas, los valores proporcionados por esta teoría solo se emplean para expresar las exigencias de rigidez de los rigidizadores. En general, este método ofrece unas exigencias de rigidez y resistencia de los rigidizadores más estrictas que las mencionadas anteriormente en esta lección.

Comparación de los métodos de cálculo

Ambos métodos presentan ventajas e inconvenientes.

La principal ventaja del primer método es que cubre el diseño de placas rigidizadas y no rigidizadas sometidas virtualmente a cualquier combinación de cargas posible, empleando el mismo método. El principal inconveniente es que se basa en la limitación de tensiones, y por lo tanto no permite ninguna redistribución plástica en la sección transversal. Los dos ejemplos de la figura 14 lo ilustran. Se ha de determinar la resistencia máxima a la flexión de la sección de caja de la figura 14a, sometida a un momento de flexión. Si el criterio de cálculo es la limitación de las tensiones en el ala de paredes delgadas comprimida, según lo exige el primer método, la resistencia es M_u = 400 kNm. Si el cálculo se realiza con anchuras eficaces que permiten deformaciones plásticas del ala, M_u es igual a 550 kNm. El segundo ejemplo se refiere a la resistencia portante de la placa rigidizada comprimida de la figura 14c. En el caso ideal, donde el espesor t_f es igual a 0, esta resistencia es igual a 0, de acuerdo con el primer método, pues la resistencia de los elementos secundarios individuales es 0. Sin embargo, es obvio que la placa puede soportar cargas a través de los rigidizadores por sí solos.

También el segundo método presenta algunos inconvenientes: el número de casos de configuraciones geométricas y de carga a los que se aplican estos modelos es limitado; existen diferentes metodologías para el diseño de cada caso específico que exigen un esfuerzo numérico considerable, sobre todo al emplear el método de campo de tracción.

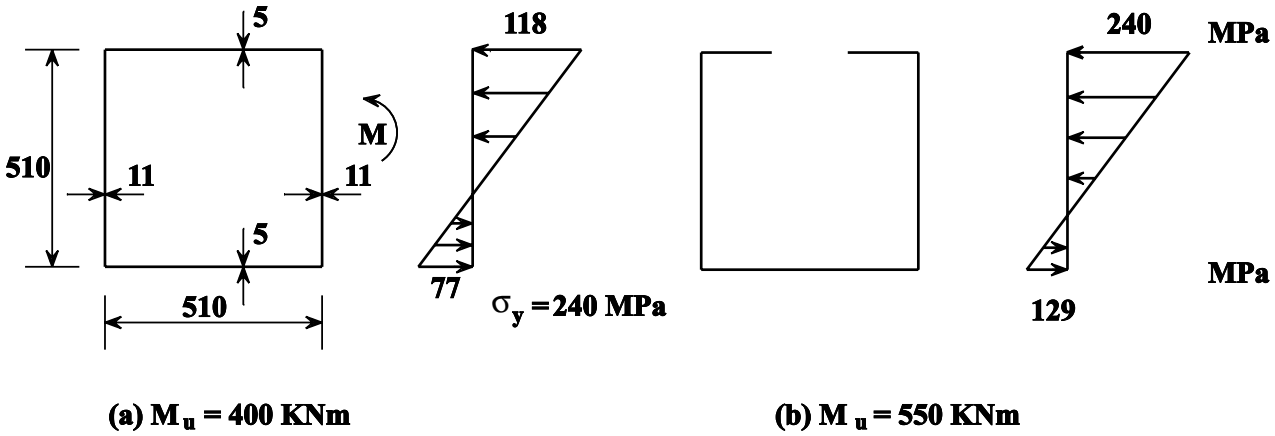


Figura 14 Momentos últimos (a) limitando la tensión, (b) utilizando anchura efectiva

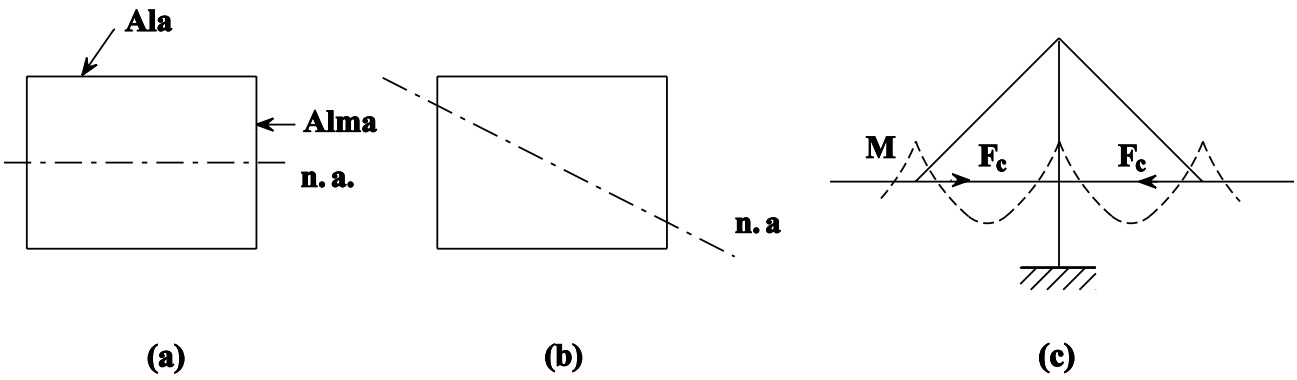


Figura 15 Definición de almas y alas

Otro aspecto importante es que se hace referencia a almas y alas que no siempre pueden definirse con claridad, como muestran los ejemplos de la figura 15. En una viga cajón sometida a una flexión uniaxial (figura 15a) el ala de compresión y las almas están definidas. Sin embargo, esto no es posible cuando está presente una flexión biaxial (figura 15b). La figura 15c muestra otro ejemplo: la sección transversal de un puente de cables inclinados en la situación A-A está sometida a fuerzas perpendiculares sin flexión, es evidente en este caso que toda la sección está compuesta por “alas”.

Métodos de elementos finitos

Al determinar el comportamiento estable de elementos placa rigidizados se mantienen básicamente los mismos planteamientos descritos en la lección 10.2, sección 2.2.2. Debe tenerse en cuenta además que el modelo de los rigidizadores debe estar formado por elementos de lámina, o por una combinación de elementos de lámina y de elementos de viga-columna. También debe prestarse una especial atención a la forma inicialmente imperfecta de los rigidizadores con secciones transversales abiertas.

Resulta difícil describir todas las modalidades de fallo posibles dentro de un único modelo de elemento finito. Por eso es más sencillo describir el comportamiento de viga-columna de los rigidizadores, junto con el pandeo local y global de los elementos placa rigidizados y del montaje rigidizado respectivamente, y verificar por separado aspectos específicos tales como el pandeo de torsión lateral (figura 16). Solo a veces es necesario, con fines de investigación, realizar el modelo de toda la estructura de manera que, mediante el modelo de elementos finitos, se simulen todos los fenómenos posibles.

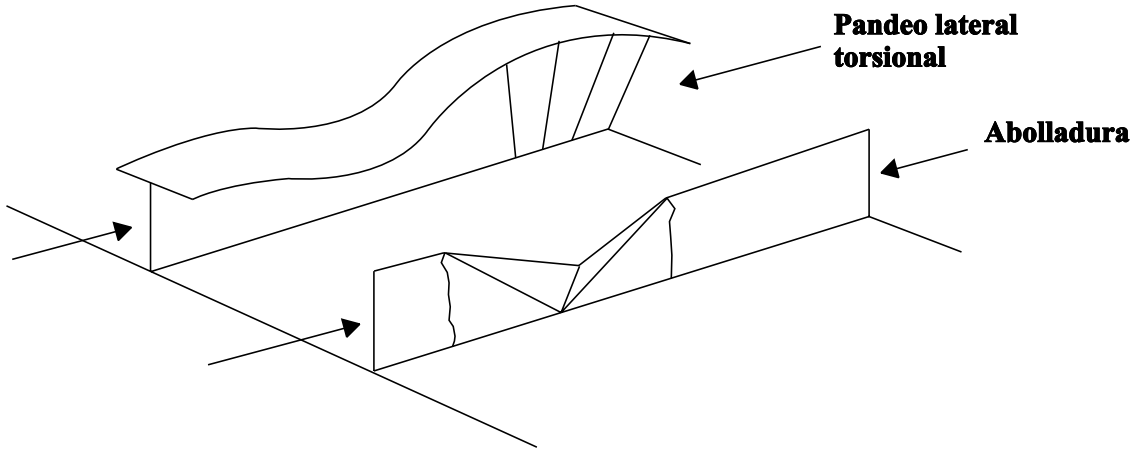


Figura 16 Pandeo lateral y abolladura

3. PLACAS RIGIDIZADAS SOMETIDAS A CARGAS FUERA DEL PLANO

3.1 Reparto de la carga

3.1.1 Reparto derivado de la teoría de placas

La teoría descrita en la sección 3.1.1 de la lección 10.2 solo se puede aplicar a las placas rigidizadas si la separación entre los rigidizadores es lo bastante reducida como para que tenga lugar un comportamiento ortotrópico. Si no es así, es mejor considerar por separado los elementos placa no rigidizados existentes entre los rigidizadores. El emparrillado restante de rigidizadores debe considerarse como un sistema de vigas en lo relativo a la flexión (ver sección 3.1.2).

3.1.2 Reparto derivado de un emparrillado con carga lateral, rellenado con elementos secundarios no rigidizados

Los elementos secundarios no rigidizados se pueden analizar como se describe en la sección 3.1.1 de la lección 10.2.

El emparrillado de vigas restante está formado por los rigidizadores, que están soldados a la placa, y por una determinada parte de la misma. Esta parte puede ser la misma que para el pandeo, a saber, la anchura eficaz según se describe en la sección 2.2.2 de esta lección. De este modo la distribución de fuerzas y momentos puede determinarse muy fácilmente.

3.1.3 Reparto derivado de métodos de elementos finitos (FEM)

En la determinación mediante FEM de la distribución de fuerzas y momentos en placas rigidizadas sometidas a cargas fuera del plano, se mantienen los mismos planteamientos de la utilización de FEM para placas rigidizadas sometidas a cargas en el plano (ver sección 2.1.3), con la salvedad de que aquí los elementos finitos utilizados deben poder tener en cuenta grandes flechas y un comportamiento elastoplástico del material.

3.2 Flechas y resistencia a la rotura

Todos los planteamientos mencionados en la sección 3.2 de la lección 10.2, referidos a las placas no rigidizadas, son válidos para el análisis de las flechas y resistencia a la rotura de las placas rigidizadas. Sin embargo debe apuntarse que, con fines de diseño, es más sencillo verificar aspectos específicos tales como el pandeo de torsión lateral, separadamente del pandeo de placas y del comportamiento de viga-columna.

4. INFLUENCIA DE LA CARGA FUERA DEL PLANO EN LA ESTABILIDAD DE LAS PLACAS RIGIDIZADAS

También aquí se aplica lo señalado en la sección 4 de la lección 10.2: la estabilidad de la placa rigidizada se ve perjudicada si las flechas, debidas a la carga fuera del plano, son similares al modo de colapso estable.

5. RESUMEN FINAL

1. Se expone el reparto de la carga en placas rigidizadas sometidas a cargas en el plano.
2. Se presentan la teoría de pandeo lineal, sus supuestos y resultados en placas rigidizadas.
3. Se dan las diversas definiciones de rigidez óptima de los rigidizadores de acuerdo con esa teoría.
4. Se expone la resistencia a la rotura de placas rigidizadas sometidas a cargas en el plano, y se describe el comportamiento real de las mismas según se deduce de las investigaciones experimentales y teóricas. Se presenta el método de diseño basado en la limitación de las tensiones previstas para los diversos elementos y elementos secundarios, así como algunos métodos de diseño basados en modelos de estados límite. Se ofrece asimismo una revisión crítica de los distintos métodos de diseño.
5. Se expone el reparto de la carga en placas sometidas a cargas fuera del plano.
6. Se expone la resistencia a la rotura de placas rigidizadas sometidas a cargas fuera del plano.
7. Se describe la influencia de las cargas fuera del plano en la estabilidad de placas rigidizadas. Como con las placas no rigidizadas, puede decirse que la carga fuera del plano perjudica la estabilidad de placas rigidizadas si las deformaciones resultantes de esta carga son similares al modo de colapso por pandeo de la placa sometida únicamente a una carga en el plano.
8. Se describe la utilización de los métodos de elementos finitos para el análisis de la estabilidad y el comportamiento fuera del plano de placas rigidizadas.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Klöppel, K., Scheer, J., “Beulwerte Ausgesteifter Rechteckplatten”, Bd. 1, Berlin, W. Ernst u. Sohn 1960.

[2] Klöppel, K., Möller, K. H., “Beulwerte Ausgesteifter Rechteckplatten”, Bd. 2, Berlin, W. Ernst u. Sohn 1968.

[3] Petersen, C., “Statik und Stabilität der Baukonstruktionen”, Braunschweig: Vieweg 1982.

[4] Dubas, P., Gehri, E., “Behaviour and Design of Steel Plated Structures”, ECCS, 1986.

[5] Briassoulis, D., “Equivalent Orthotropic Properties of Corrugated Sheets”, Computers and Structures, 1986, 129-138.

[6] Chwalla, E., “Uber die Biegungsbeulung der langsversteiften Platte und das Problem der Mindeststeifigeit”, Stahlbau 17, 1944, 84-88.

[7] ECCS, “Conventional design rules based on the linear buckling theory”, 1978.

[8] DIN 18800 Teil 3 (1990), “Stahlbauten, Stabilitätsfalle, Plattenbeulen”, Berlin: Beuth.

[9] ECCS, “Design of longitudinally stiffened webs of plate and box girders”, Draft 1989.

[10] ECCS, “Stiffened compression flanges of box girders”, Draft 1989.

[11] Eurocode 3, “Design of Steel Structures”: ENV 1993-1-1: Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.4.1: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas I

OBJETIVOS

Presentar los aspectos básicos del comportamiento y diseño de vigas armadas. Explicar cómo las dimensiones características empleadas influyen en los tipos de comportamiento a los que se debe atender en el diseño, e identificar los diversos aspectos del pandeo involucrados como preparación para el posterior estudio de los métodos de diseño establecidos en el Eurocódigo 3[1].

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Ninguno

LECCIONES AFINES

Lecciones 4.2:	Montaje
Lección 9.2:	Clasificación de las Secciones Transversales
Lección 9.3:	Pandeo Local
Lección 10.1:	Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas
Lecciones 10.5:	Diseño de Vigas Armadas
Lecciones 15.4:	Empalmes
Lección 16.4:	Vigas-carril de puente-grúa
Lección 18.9:	Puentes: Generalidades

RESUMEN

Se presentan las modernas vigas armadas explicando su utilización y tipos característicos y las razones de sus inherentes dimensiones esbeltas. Se describe su comportamiento prestando especial atención a las diferentes formas de pandeo que pueden darse. Como preludio a una presentación más detallada en las lecciones 10.5.1 y 10.5.2, se expone de un modo simplificado la base general del diseño de vigas armadas. Se presentan la acción posterior al pandeo y de campo de tensión y se identifican los papeles que juegan los principales componentes de una viga armada.

1. INTRODUCCIÓN

Las modernas vigas armadas se fabrican normalmente soldando dos alas y una placa de alma, como muestra la figura 1. Estas vigas son capaces de soportar mayores cargas en tramos mayores de lo que por lo general es posible con las secciones laminadas estándar o con vigas compuestas. El uso característico de las vigas armadas es como vigas de tablero de tramos largos en edificios, vigas de puente y vigas-guía de puente-grúa en estructuras industriales.

Cuando más impresionantes son las vigas armadas en la moderna construcción de puentes es cuando son factibles tramos principales que bien pueden superar los 200 m, con las correspondientes alturas de sección transversal, montados ("haunched") sobre los soportes, de entre 5 y 10 m. Puesto que la fabricación de las vigas armadas se realiza por separado, cada una de ellas puede diseñarse individualmente para resistir las acciones aplicadas con unas dimensiones que aseguran un peso propio reducido y una elevada resistencia de carga.

Para que el diseño sea eficaz suele escogerse una viga de sección relativamente alta, reduciendo así al mínimo la zona de alas exigida para un determinado momento aplicado, M_{sd}. Obviamente esto conlleva una alma profunda cuya área se minimizará disminuyendo su espesor al mínimo requerido para soportar el esfuerzo cortante aplicado, V_{sd}. Esta alma puede ser muy esbelta (es decir, elevada relación d/t_w) y tener tendencia al pandeo local (ver lección 9.3) y al pandeo por cizalladura (ver más adelante). En el diseño de las vigas armadas se han de estudiar con especial cuidado estos problemas de pandeo. Un modo de mejorar la resistencia portante de una viga armada esbelta es el empleo de rigidizadores (lección 10.1); la selección de formas adecuadas de rigidización es un aspecto importante del diseño de vigas armadas.

1.1 Tipos

Existen diversas formas de viga armada, de las que la figura 2 muestra tres tipos diferentes: no

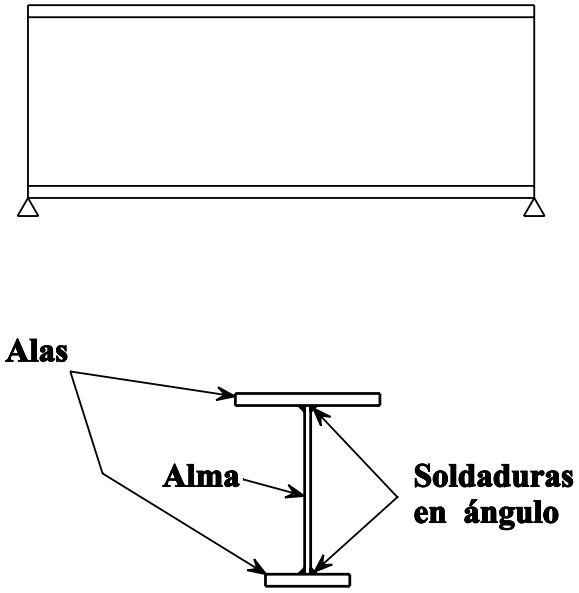


Figura 1 Viga armada compuesta por tres placas

rigidizadas, rigidizadas transversalmente y rigidizadas transversal y longitudinalmente. Las tres vigas representadas poseen secciones transversales bisimétricas de perfil en I, aunque a veces se usan alas de distinto tamaño, como ya se ha mostrado en la figura 1. Otros tipos de sección transversal (ver figura 3) son perfiles monosimétricos en I, habituales en la construcción mixta con el ala menor hacia arriba (ver lección 12.2), o como vigas-guía de puente-grúa (ver lección 16.4) con el ala mayor hacia arriba. La figura 3 muestra también otras dos variantes (menos comunes), la viga triangular ("delta girder") y la viga de ala superior tubular, siendo ambas soluciones posibles en los casos de largas alas superiores comprimidas sin soporte lateral, con tendencia al pandeo por torsión lateral (ver lección 9.9.1 y 9.9.2).

También existe un considerable margen para variar la sección transversal en dirección longitudinal. El proyectista puede decidir reducir el espesor (o anchura) del ala en una zona de bajo momento aplicado, sobre todo cuando un inevitable empalme de campo facilita el cambio. Igualmente, en una zona de esfuerzo cortante elevado el proyectista podría preferir aumentar el espesor de la placa del alma (ver figura 4). De forma alternativa, en zonas de momento aplicado

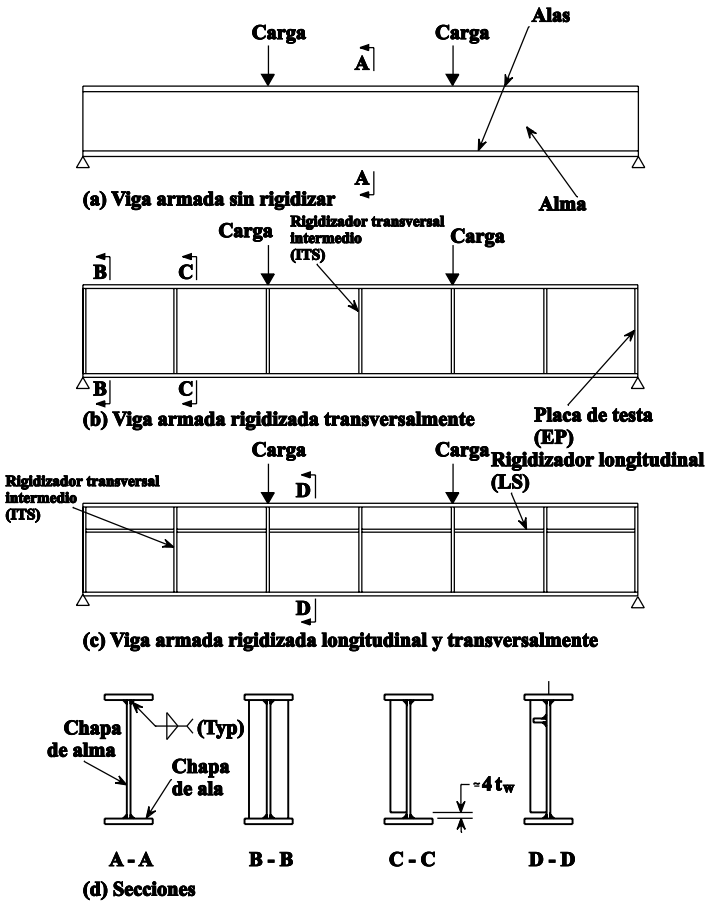


Figura 2 Vigas armadas rigidizadas

y de esfuerzo cortante elevados se podría emplear un acero de tipo superior Fe E355, mientras que en las demás se utilizaría el tipo estándar Fe E235. Otro medio posible de ajustar con más precisión la resistencia a las exigencias de cada caso son las llamadas vigas “híbridas”, con materiales de diferente resistencia en las alas y en el alma. Otras variantes más inusuales se adoptan en circunstancias especiales tales como la construcción de puentes (ver lección 18.9), por ejemplo vigas rebajadas, vigas acodadas, vigas montadas (“haunched girder”) (ver figura 5) y, por supuesto, vigas armadas con orificios en el alma para alojar servicios, ver figura 6.

1.2 Dimensiones

Como el proyectista tiene, en principio, mucha libertad para elegir todas las dimensiones de la viga armada, a continuación se ofrece alguna indicación de las más habituales (ver también la figura 7):

Altura: La altura global de la viga, h, estará normalmente dentro de un margen de $L_o/12 \le h \le L_o/8$, donde L_o es la longitud entre puntos de momento cero. Sin embargo, este margen se ampliará hasta aproximadamente $L_o/20$ en puentes de vigas armadas de tramos largos.

Anchura de ala: la anchura, b, estará normalmente dentro de un margen de $h/5 \le b \le h/3$, siendo b múltiplos de 25 mm. Para las alas suelen utilizarse llantas estándar.

Espesor de ala: El espesor de ala, t_f, normalmente cumplirá al menos las exigencias de el Eurocódigo 3 (Tabla 5.3.1) para secciones de la clase 3 (semi-compactas), es decir $c/t_f \le 14\varepsilon$. Por supuesto, t_f se escogerá de entre los espesores de placa estándar.

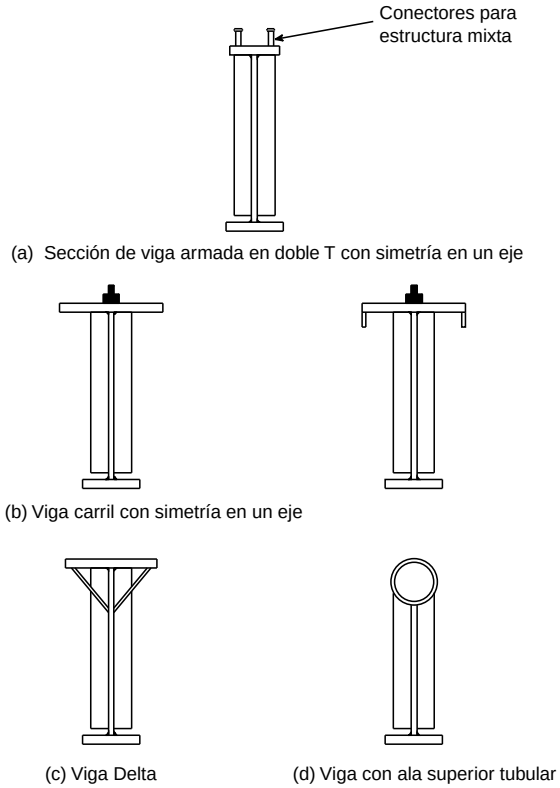


Figura 3 Secciones transversales de vigas armadas

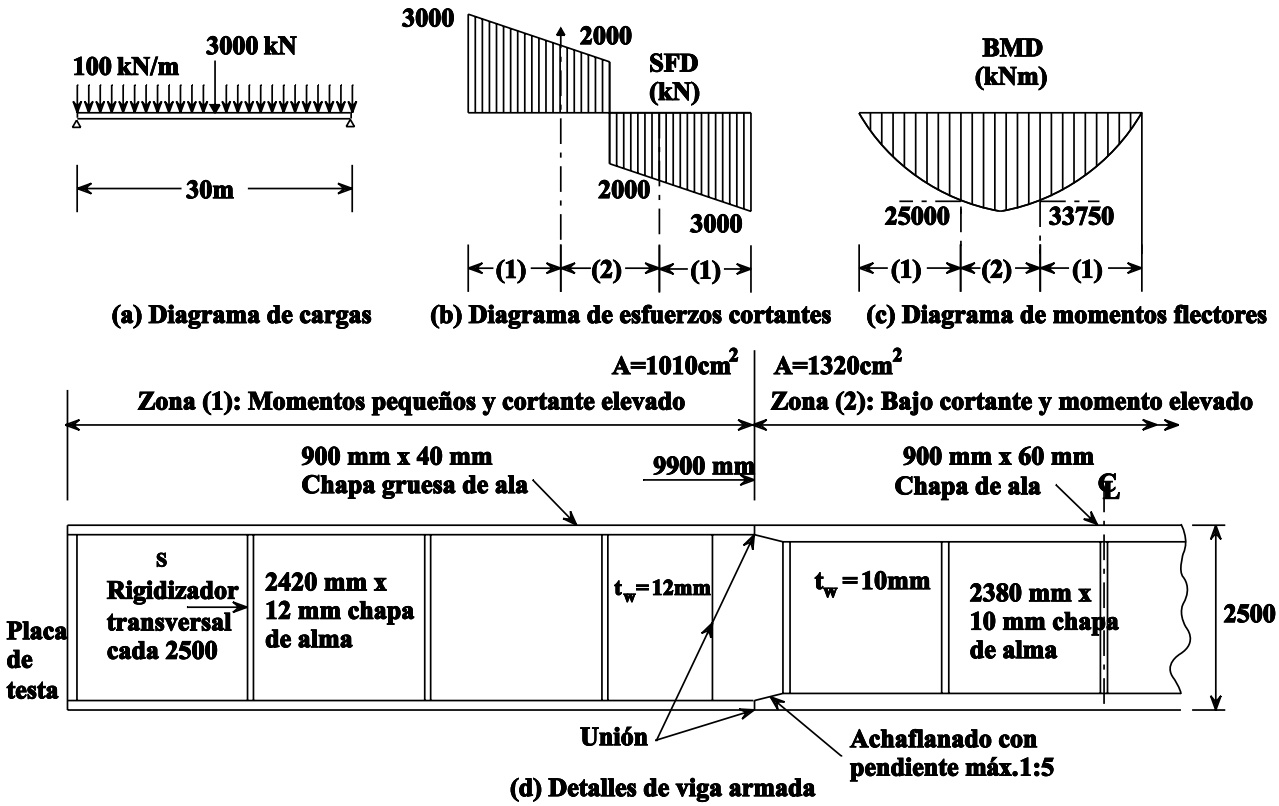


Figura 4 Viga armada de sección variable con unión en cambio de sección

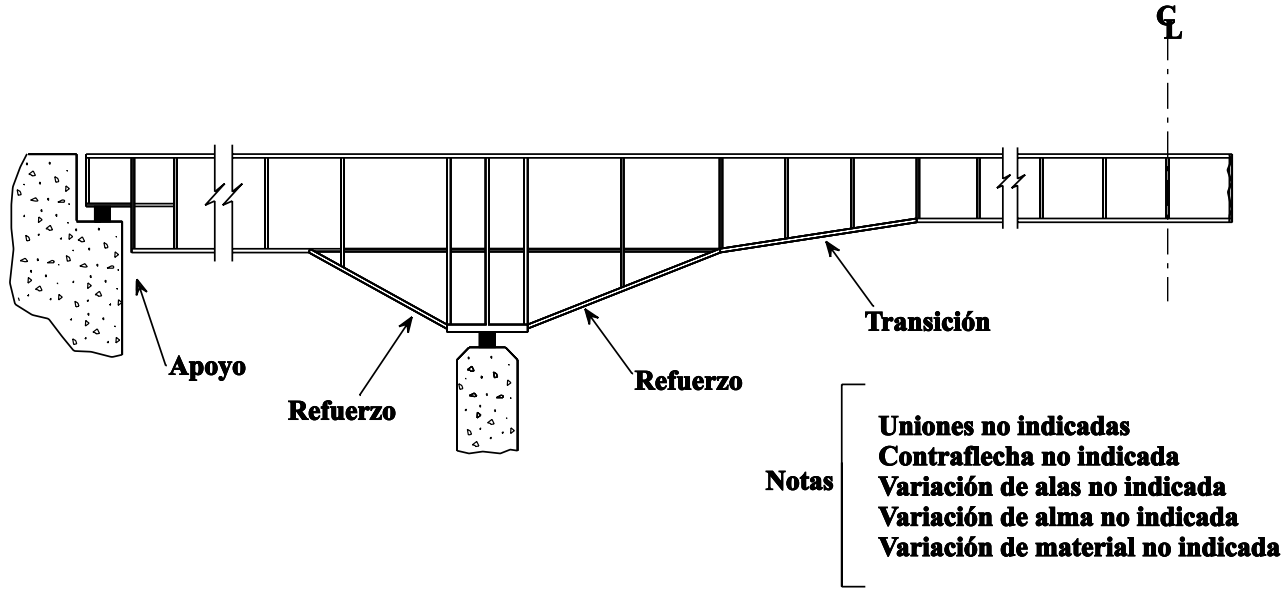


Figura 5 Viga armada con refuerzo, transición y apoyo

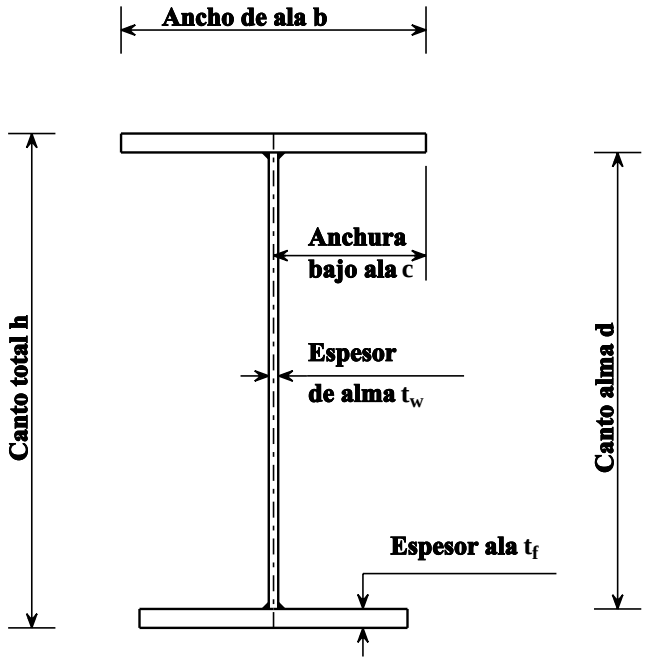


Figura 7 Proporciones de viga armada

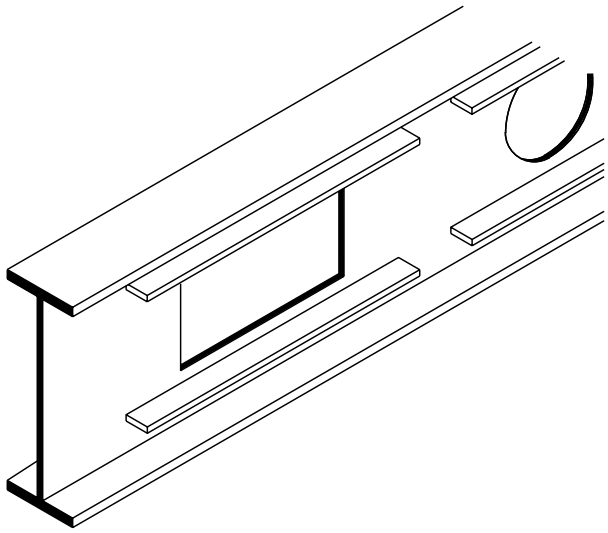


Figura 6 Viga armada con agujeros para instalaciones

Espesor de alma: El espesor de alma, t_w, determinará la base exacta del diseño de la misma, dependiendo de si el alma se clasifica, en relación al pandeo por cizalladura, como "espesa" o "delgada" (ver más adelante). Las almas delgadas requerirán a menudo una rigidización; esta puede tomar la forma de rigidizadores transversales, longitudinales, o una combinación de ambos, ver figura 2. Es más probable encontrar vigas con rigidizadores longitudinales en las grandes construcciones de puentes donde resultan adecuadas relaciones d/t_w elevadas, por ejemplo $200 \leq d/t_w \leq 500$, debido a la necesidad de reducir el peso propio al mínimo.

Es evidente que dependiendo del patrón de carga concreto y de las restricciones relativas a la altura y a la anchura, cabe esperar amplias variaciones dentro de los límites señalados, que han de considerarse solo como indicativos.

2. CONCEPTOS DEL DISEÑO

Bajo cargas estáticas son los estados límite de rotura, como la resistencia y la estabilidad, los que más gobernarán normalmente el diseño de las vigas armadas, siendo menos críticos los estados límite de utilidad como las flechas o la vibración. Son aconsejables algunos límites absolutos de esbeltez de la placa para asegurar una robustez mínima durante el montaje. Un método en general aceptado [2] para diseñar vigas armadas (admitido por el Eurocódigo 3) sometidas a un momento M_{ad} y a un esfuerzo cortante coincidente V_{ad}, es dimensionar las alas de modo que soporten todo el momento, dejando al alma todo el esfuerzo cortante. Esto proporciona un medio especialmente conveniente de obtener una estimación inicial de las dimensiones de la viga.

Así, con una sección transversal concreta a lo largo de una viga armada lateralmente empotrada y sometida a valores específicos de momento de flexión y fuerza de cizallamiento, las placas de las alas y del alma se pueden dimensionar por separado. El área exigida de placa de ala se puede hallar fácilmente como sigue:

$$A_f = M/[(h - t_f)f_y/\gamma_{MO}] \cong M/(hf_y/\gamma_{MO}) \qquad (1)$$

(Pueden ser necesarias una o dos iteraciones, dependiendo de un valor supuesto de t_f y del correspondiente valor f_y de la tabla 3.13, Eurocódigo 3). Puesto que el alma (normalmente) esbelta evitará que se alcance el momento plástico de resistencia de la sección transversal, la relación de cabeza b/t_f no tiene que cumplir más que las exigencias del Eurocódigo 3 (tabla 5.3.1) correspondientes a un ala de la clase 3 (semi-compacta). El momento resistente de la sección transversal puede verificarse mediante:

$$M_{f.Rd} = b\, t_f\, (h - t_f)f_y/\gamma_{MO} \qquad (2)$$

Por desgracia, el dimensionamiento económico de la placa del alma no es realmente tan sencillo, aunque cuando resulta adecuada un alma gruesa (definida más adelante) puede dimensionarse rápidamente suponiendo una tensión tangencial uniforme τ_y en toda su área. Las soldaduras en esquina del alma con las alas deben diseñarse de manera que el esfuerzo cortante longitudinal se transmita a la intersección de ala y alma.

3. INFLUENCIA DEL PANDEO EN EL DISEÑO

Siempre y cuando los elementos de placa individuales de una viga se mantengan lo suficientemente robustos, el diseño se puede basar en planteamientos de resistencia sencillos. Sin embargo, consideraciones económicas y prácticas harán que no siempre se cumplan todas estas restricciones. En la mayoría de los casos se han de tener en cuenta diversas formas de pandeo. La figura 8 muestra las distintas posibilidades.

3.1 Pandeo del alma por cizalladura

Una vez el valor d/t_w correspondiente a una alma no rigidizada sobrepasa una cifra límite (69ε en el Eurocódigo 3), el alma sufrirá un pandeo de cizallamiento antes de alcanzar su capacidad de cizallamiento total $A_w\ \tau_y$. Se formarán pandeos diagonales, del tipo representado en la figura 9, resultantes de la compresión diagonal asociada al cizallamiento del alma. Puede retardarse su aparición mediante el uso de rigidizadores verticales, pues la carga con la que se inicia el pandeo por cizalladura está en función de d/t_w y de la relación dimensional del elemento a/d.

3.2 Pandeo de la viga por torsión lateral

Este tema está tratado en su totalidad en la lección 9.9.1 y 9.9.2.

3.3 Pandeo local del ala comprimida

A condición de que las dimensiones sobresalientes c/t_f estén adecuadamente restringidas, el pandeo local no afectará a la resistencia portante de la viga.

3.4 Pandeo del alma por flexión

Las almas de $d/t_w \leq 124\varepsilon$ y no sometidas a ninguna carga axial permitirán alcanzar las resistencias totales de la viga al momento elástico. Si se sobrepasa este límite de d/t_w (o uno menor si también está presente una compresión axial en el conjunto de la viga) debe reducirse convenientemente la resistencia al momento. Si se desea alcanzar la resistencia total de la viga al momento plástico, será adecuado un límite más estricto.

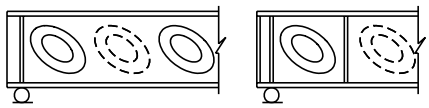
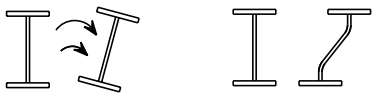
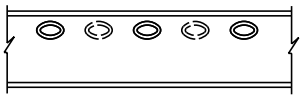
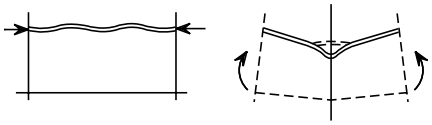
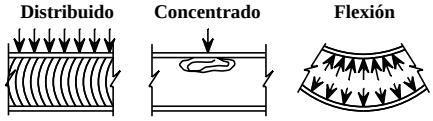
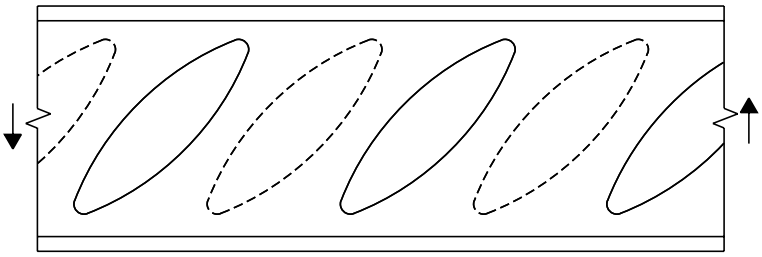
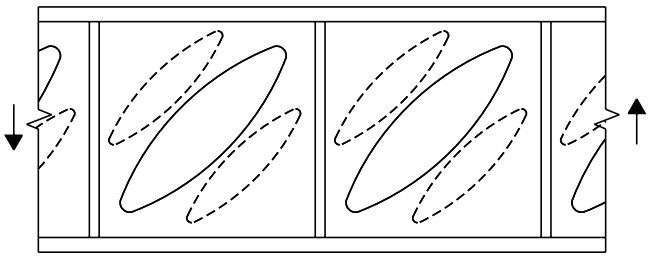
Tipo de pandeo	Esquema	[Claúsulas de Eurocódigo 3] lecciones ESDEP
Pandeo a cortante de alma		[5.6] Lección 10.4.2 y 10.4.3
Pandeo lateral - torsional de viga		[5.5.2 y Anexo F] Lección 9.9
Pandeo local por compresión de ala		[5.3 y tabla 5.3.1 (hoja 3)] Lección 9.3
Pandeo por compresión de alma		[5.3 y tabla 5.3.1 (hoja 1)] Lección 9.6
El ala induce el pandeo del alma		[5.7.7]
Pandeo local de alma (debido carga vert.)		[5.7.4, 5.7.5, 5.3.6, 5.4.10]

Figura 8 Fenómeno de pandeo en vigas armadas



(a) Alma no rigidizada



(b) Alma rigidizada

Figura 9 Pandeo bajo cortante de alma esbelta

3.5 Pandeo vertical del ala comprimida

Si se utilizan almas especialmente esbeltas, quizá el ala comprimida no reciba suficiente apoyo para no sufrir un pandeo vertical, de forma bastante parecida a una barra aislada que se pandea en torno a su eje menor. Esta posibilidad puede eliminarse estableciendo un límite apropiado a d/t_w. También los rigidizadores transversales ayudan a resistir esta forma de pandeo.

3.6 Pandeo local del alma

Las cargas verticales pueden causar el pandeo del alma en la zona directamente bajo la carga, igual que en una barra vertical. El nivel de carga que puede soportarse de manera segura antes de que esto suceda dependerá de la forma exacta en que la carga se transmita al alma, de las dimensiones de ésta y del nivel de flexión global existente.

4. RESISTENCIA DEL ALMA POSTERIOR AL PANDEO

Debido al fenómeno posterior al pandeo (ver lección 10.3) las placas, a diferencia de las barras, son a menudo capaces de soportar cargas bastante por encima de su carga de pandeo inicial. En las almas de vigas armadas es posible una forma especial posterior al pandeo denominada "acción de campo de tracción". La acción de campo de tracción conlleva un cambio en el modo en que la viga resiste la carga de cizalladura, del desarrollo en el alma de un esfuerzo cortante uniforme con cargas de cizallamiento bajas, a la disposición equivalente a una viga de celosía, representada en la figura 10, con cargas mucho mayores. En esta disposición las barras del reticulado son: las alas, que forman los cordones; los rigidizadores verticales; y las bandas de tracción diagonales. La resistencia a la compresión de la otra diagonal de cada elemento del alma queda virtualmente eliminada por el pandeo de cizalladura. En la lección 10.5.2 se explica cómo se utiliza este concepto en el diseño.

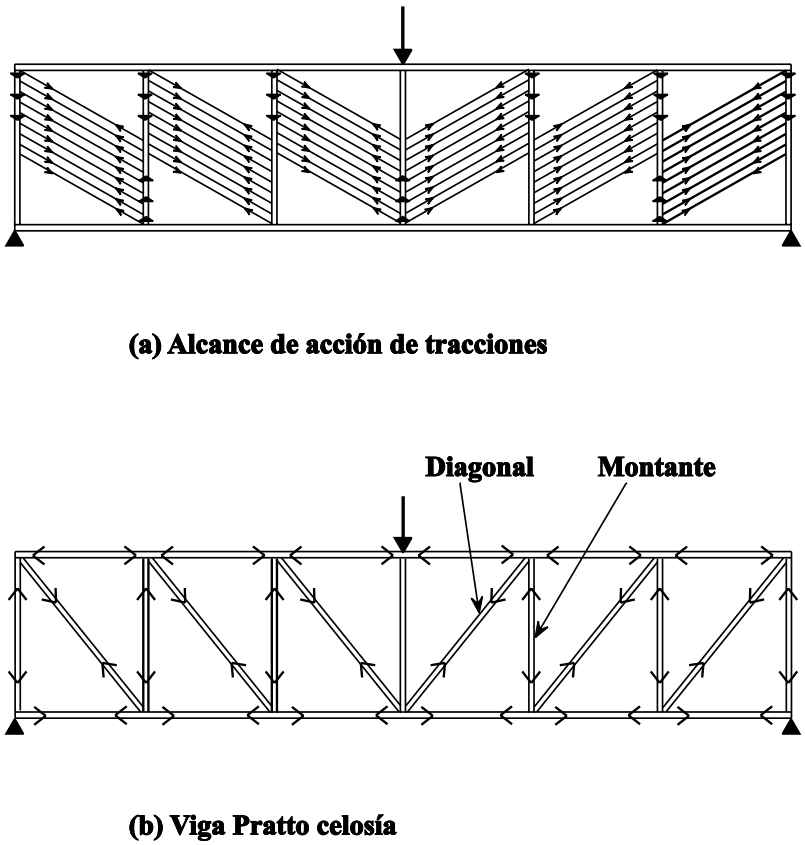


Figura 10 Alcance de acciones pos-pandeo

5. PLANTEAMIENTOS DEL DISEÑO

Las funciones más importantes de los principales componentes de una viga armada pueden resumirse como sigue:

Alas:	• resisten el momento
Alma:	• resiste el esfuerzo cortante
Soldaduras de alma/alas :	• resisten el esfuerzo cortante longitudinal en la intersección
Rigidizadores verticales :	• resisten el esfuerzo cor al pandeo por cizalladura
Rigidizadores longitudinales:	• aumentan la resistencia al pandeo por cizalladura y/o por flexión.

6. RESUMEN FINAL

1. Se han identificado los principales componentes de una viga armada y se han apuntado sus principales funciones.
2. El dimensionamiento inicial puede hacerse sobre la base de que las alas soportan todo el momento y el alma recibe todo el esfuerzo cortante.
3. Es probable que el pandeo por cizalladura impida que se alcance la resistencia total del alma al cizallamiento. Su aparición no implica el fallo, pues se puede soportar una carga adicional merced a la acción de campo de tracción.
4. Los rigidizadores del alma (transversales y/o longitudinales) aumentan tanto la resistencia inicial al pandeo como la posterior al pandeo.

7. BIBLIOGRAFÍA

[1] Eurocode 3: "Design of Steel Structures": European Prestandard ENV 1993-1-1: Part 1, General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

[2] Narayanan, R. (ed)., "Plated Structures; Stability and Strength", Applied Science Publication, London, 1983. Chapter 1 covers basic aspects of plate girder behaviour and design.

8. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. Dubas, P. and Gehri, E. (eds), "Behaviour and Design of Plated Structures", ECCS, 1986. Chapters 4 and 5 provide more detailed accounts of the main features of plate girder behaviour and design.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.4.2: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas II

OBJETIVOS/CONTENIDO

Presentar los métodos de diseño básicos para vigas armadas sometidas a cizalladura o momento, o a combinaciones de ambos.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lección 10.4: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas

LECCIONES AFINES

Lección 4.2: Montaje

Lección 10.5.2: Métodos avanzados para Puentes de Vigas cajón

RESUMEN

Se presenta el diseño de vigas armadas para resistir la cizalladura y el momento, de acuerdo con los métodos del Eurocódigo 3 [1]. Para la carga de cizalladura se describen dos métodos: el “método simple post-crítico” y el “método de campo de tensión”; con ambos métodos pueden utilizarse diagramas de interacción para tomar en consideración el efecto de momentos coincidentes.

1. INTRODUCCIÓN

Cualquier sección transversal de viga armada está sometida normalmente a una combinación de fuerza de cizallamiento y momento de flexión. La función primaria de las placas del ala superior e inferior de la viga es resistir las fuerzas de compresión y tracción derivadas del momento de flexión aplicado. La función primaria de la placa del alma es por su parte resistir la fuerza de cizallamiento aplicada.

Las vigas armadas están por lo general diseñadas para soportar cargas pesadas en tramos largos, y en situaciones en las que es necesario un diseño eficaz con vigas de relación resistencia-peso elevada. Este diseño eficaz da lugar a unas exigencias conflictivas, sobre todo en lo que se refiere a la placa del alma. Para obtener la mínima fuerza axial en el ala en relación con un determinado momento de flexión, la altura del alma (d) debe ser la mayor posible. Para reducir el peso propio, el espesor de alma (t_w) debe reducirse al mínimo. Como consecuencia de esto la placa del alma tiene en muchas ocasiones unas dimensiones esbeltas, y por ello una tendencia al pandeo con valores relativamente bajos de esfuerzo cortante aplicado. De modo similar, las placas del ala esbeltas pueden sufrir un pandeo bajo la compresión axial aplicada que se deriva del momento de flexión.

Los elementos de placa no se destruyen al pandearse, y pueden poseer una reserva importante de resistencia posterior al pandeo. Para que el diseño sea eficaz, en cualquier cálculo relacionado con el estado límite de rotura se debe tener en cuenta la acción posterior al pandeo. Esto es así sobre todo en el caso de la placa de alma sometida a cizalladura, en la que la resistencia posterior al pandeo derivada de la acción de campo de tensión puede ser muy significativa.

Así pues, al diseñar una viga armada es necesario evaluar la acción de pandeo y la posterior al pandeo de las almas sometidas a cizalladura y de las placas de las alas sometidas a compresión. El diseño de las alas de viga armada sigue en gran medida los procedimientos ya expuestos en las lecciones 9.5 y 9.6 relativos a vigas de alma llena. Sin embargo, el diseño de placas de alma de funcionamiento en régimen posterior al pandeo es muy diferente y se tratará aquí con más detalle. La lección comenzará concentrándose primero en la resistencia de las vigas armadas a la carga de cizalladura predominante, para pasar después a los efectos de los elevados momentos de flexión coexistentes.

Se concentrará solo en los aspectos principales del diseño de vigas, presuponiendo una sección transversal básica. En concreto, los supuestos son:

1. Solo hay rigidizadores transversales, es decir, no hay rigidizadores longitudinales.
2. Estos rigidizadores transversales poseen la suficiente rigidez y resistencia para resistir de forma segura las acciones transmitidas por el alma.
3. Se dispone de un medio apropiado para fijar el campo de tensión.
4. Entre los rigidizadores transversales no se aplica ninguna carga vertical.
5. Solo se analizan almas sólidas, es decir, sin aberturas ni orificios.

La lección 10.5.2 estudia otros casos importantes que no satisfacen los anteriores supuestos.

2. RESISTENCIA AL PANDEO POR CIZALLADURA

La figura 1 representa esquemáticamente una viga armada típica con rigidización transversal, y establece los signos de referencia utilizados. La resistencia al pandeo por cizalladura depende principalmente de la relación altura-espesor (d/t_w) y de la separación (a) entre los rigidizadores transversales existentes en el alma.

Estos rigidizadores suelen utilizarse para incrementar la resistencia del alma al pandeo por cizalladura, aunque los proyectistas pueden a veces decidir usar una placa de alma más gruesa antes que incurrir en los gastos adicionales de fabricación surgidos del empleo de rigidizadores intermedios. Las vigas que no los poseen se denominan normalmente “no rigidizadas”, aun cuando deban tener rigidizadores en los puntos de apoyo y de aplicación de carga.

El pandeo del alma debe verificarse siempre que su relación altura-espesor, (d/t_w), sobrepase 69ε. En el Eurocódigo 3 se ofrecen dos métodos para el diseño de vigas armadas. Estos son:

a) **el método post-crítico simple,** que puede aplicarse tanto a vigas rigidizadas como a vigas no rigidizadas y es por tanto de aplicación general.

b) **el método de campo de tensión,** que solo puede aplicarse a vigas con rigidizadores intermedios transversales, e incluso dentro de éstas, se limita a las que presentan una separación entre rigidizadores dentro del margen siguiente:

$$1{,}0 \leq a/d \leq 3{,}0$$

Hoy día existen suficientes pruebas [2] de que la acción de campo de tensión se desarrolla en vigas con una separación entre rigidizadores fuera de este margen, y también en vigas no rigidizadas; sin embargo, esas pruebas aún no se han presentado en una forma adecuada para ser incluidas en un código de diseño.

Así pues, el método post-crítico simple se considera un método universal aplicable al diseño de todas las vigas. Por otro lado, el método de campo de tensión solo se puede aplicar a un cierto grupo de vigas, pero los diseños que de él resultan son bastante más eficaces, ya que tienen en cuenta en toda su magnitud la reserva de resistencia posterior al pandeo. A continuación se expondrán ambos métodos.

2.1 Cálculo de la resistencia al pandeo por cizalladura mediante el método post-crítico simple

Este método simple permite determinar directamente la resistencia al pandeo por cizalladura prevista (V_{baRd}), como sigue:

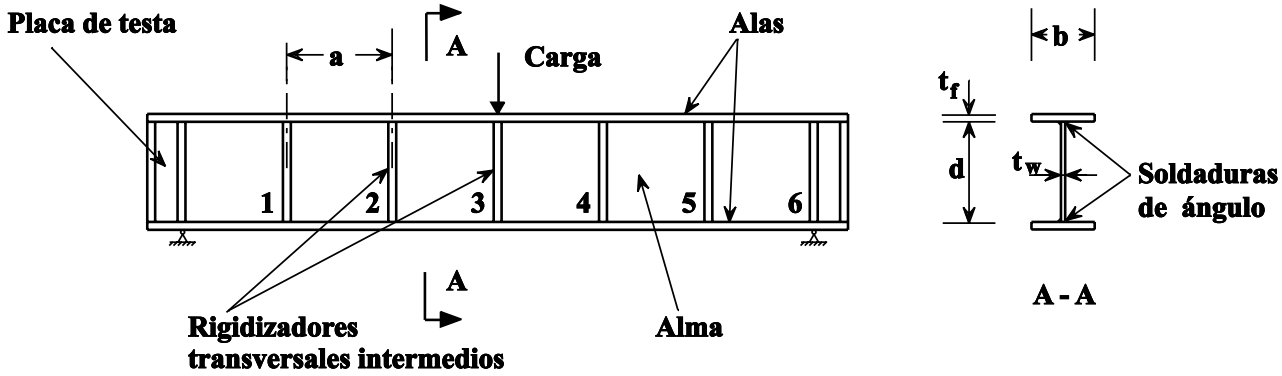


Figura 1 Alzado de viga armada típica

$$V_{baRd} = d\, t_w\, \tau_{ba} / \gamma_{M1} \qquad (1)$$

donde todos los términos de la fórmula resultan conocidos, salvo la resistencia post-crítica a la cizalladura, τ_{ba}. El cálculo de este término depende de la esbeltez del alma, que puede expresarse convenientemente mediante el siguiente parámetro:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{d / t_w}{37,4\varepsilon\sqrt{k_\tau}} \qquad (2)$$

Aquí, k_τ es un factor de pandeo por cizalladura calculado partiendo de la teoría de pandeo elástica [3]. Para mayor simplicidad, en este cálculo se supone, de un modo conservador, que los contornos del elemento del alma están simplemente apoyados, pues el grado real de empotramiento ofrecido por las alas y los elementos del alma adyacentes no se conoce. La fórmula resultante que se obtiene para el factor de pandeo por cizalladura depende de la separación entre los rigidizadores transversales del alma, de la siguiente forma:

para rigidizadores intermedios con una separación pequeña (a/d < 1,0) :

$$k_\tau = 4 + \frac{5,34}{(a / d)^2}$$

para rigidizadores intermedios con una separación mayor (a/d ≥ 1,0) :

$$k_\tau = 5,34 + \frac{4}{(a / d)^2}$$

para almas no rigidizadas k_τ = 5,34

Conociendo el factor de pandeo por cizalladura, el parámetro de esbeltez se determina a partir de la ecuación (2), dependiendo entonces el cálculo de la resistencia a la cizalladura, como muestra la figura 2, de si el alma es:

a) robusta o gruesa ($\bar{\lambda}_w = 0,8$ zona AB de la figura Figure 2), en cuyo caso el alma no sufrirá pandeo y la tensión tangencial en el fallo alcanzará la tensión de fluencia tangencial del material del alma:

$$\tau_{ba} = f_{yw} / \sqrt{3}$$

donde f_{yw} es la resistencia a la fluencia por tracción

b) intermedia ($0,8 < \bar{\lambda}_w < 1,25$, zona BC de la figura 2), que representa una etapa de transición de la acción de fluencia a la de pandeo, evaluándose empíricamente la resistencia a la cizalladura a partir de la siguiente fórmula:

$$\tau_{ba} = [1 - 0,625(\bar{\lambda}_w - 0,8)]\,(f_{yw} / \sqrt{3})$$

c) esbelta o delgada ($\bar{\lambda}_w \geq 1,2$, zona CD de la figura 2), en cuyo caso el pandeo del alma se produce antes que la fluen-

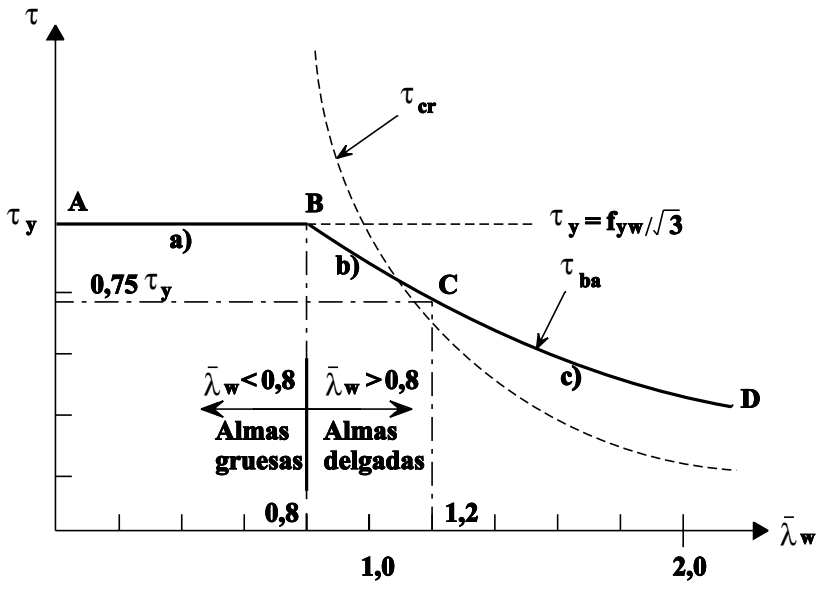


Figura 2 Tensión cortante pos-crítica

cia y se tiene en cuenta empíricamente una cierta cantidad de acción posterior al pandeo:

$$\tau_{ba} = \left[\frac{0,9}{\bar{\lambda}_w}\right]\left(f_{yw} / \sqrt{3}\right)$$

El cálculo de la resistencia al pandeo por cizalladura mediante el método post-crítico simple se completa sustituyendo el valor apropiado de τ_{ba} en la ecuación (1).

2.2 Cálculo de la resistencia al pandeo por cizalladura mediante el método de campo de tensión

En el caso de las vigas rigidizadas transversalmente, en las que la separación entre los rigidizadores transversales está dentro de un margen de $1,0 \leq a/d \leq 3,0$, se puede tener en cuenta en toda su magnitud la considerable reserva de resistencia posterior al pandeo. Esta reserva se deriva del desarrollo de una "acción de campo de tensión" dentro de la viga.

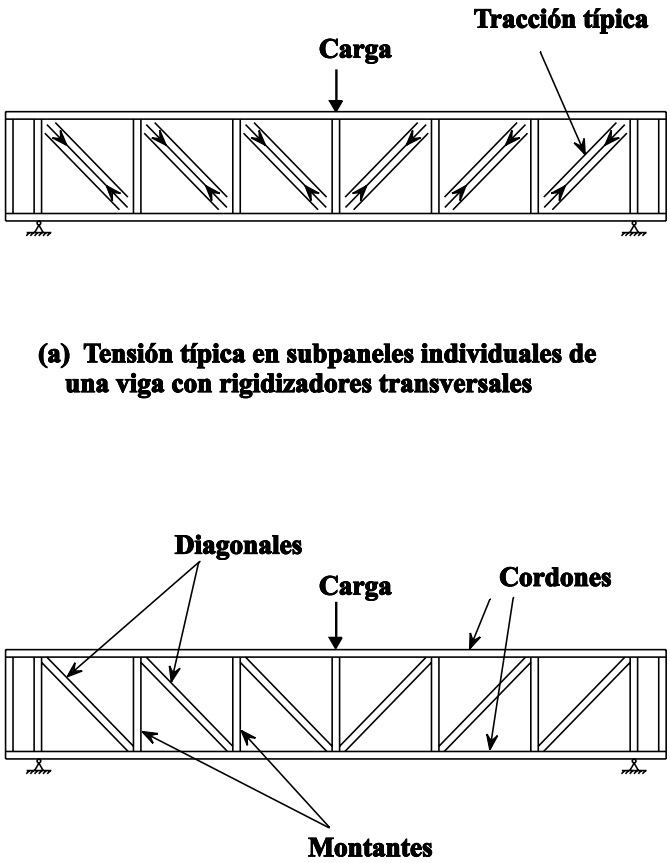
La figura 3a muestra el desarrollo de la acción de campo de tensión en los elementos del alma individuales de una viga típica. Una vez que el alma ha sufrido el pandeo debido a la cizalladura, pierde su resistencia para soportar tensiones de compresión adicionales. En este régimen posterior al pandeo se desarrolla un nuevo mecanismo de carga de acuerdo con el cual, un campo inclinado de tensión de membrana por tracción soporta cualquier esfuerzo cortante adicional. Este campo de tensión se sitúa en las alas superior e inferior y en los rigidizadores transversales a cada lado del elemento del alma, como se representa. La acción portante de la viga armada pasa a ser similar a la de la viga de celosía en N de la figura 3b. En el régimen posterior al pandeo, la resistencia que ofrecen las placas de alma es análoga a la de las barras de anclaje diagonales de la viga de celosía.

La resistencia total al pandeo por cizalladura para el diseño ($V_{bb\,Rd}$) está calculada en el Eurocódigo 3, superponiendo la resistencia posterior al pandeo a la resistencia inicial elástica al pandeo, como sigue:

Resistencia total a la cizalladura = resistencia elástica al pandeo + resistencia posterior al pandeo:

$$V_{bb\,Rd} = (d\,t_w\tau_{bb}) / \gamma_{M1} + 0,9(gt_w\sigma_{bb}\,\mathrm{sen}\,\phi) / \gamma_{M1} \quad (3)$$

La base de este supuesto comportamiento se muestra esquemáticamente en la figura 4.



(a) Tensión típica en subpaneles individuales de una viga con rigidizadores transversales

(b) Típica viga de celosía para comparación

Figura 3 Acciones de tracción

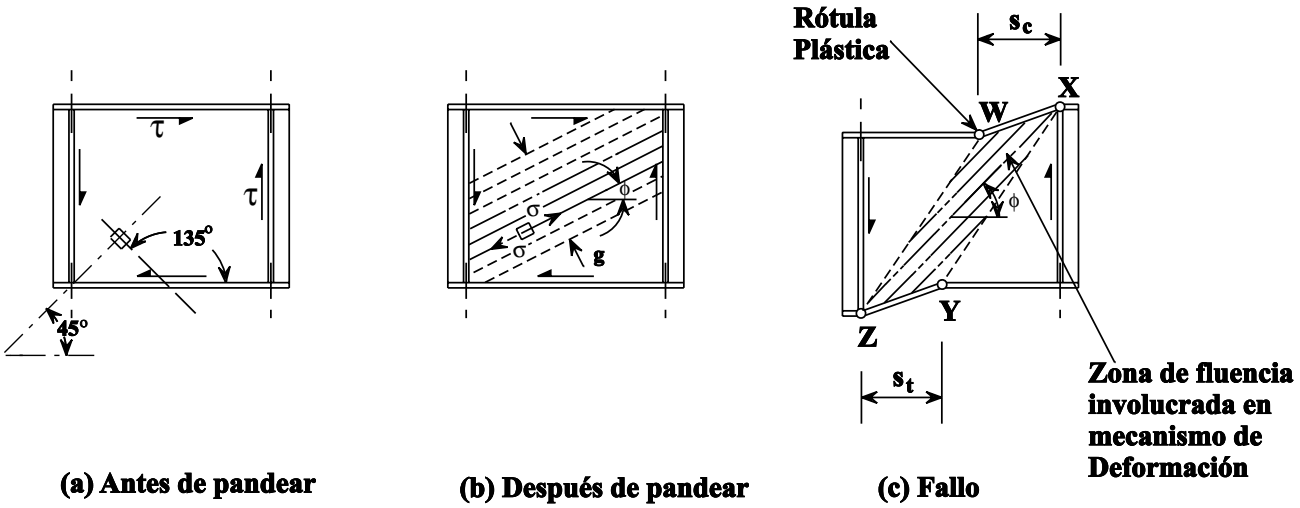


Figura 4 Fases en el comportamiento hasta el fallo de un panel típico por cortante

La figura 4a muestra la situación al pandeo, según la representa el primer término de la ecuación (3). En esta etapa se desarrollan en el alma iguales tensiones principales de tracción y de compresión. La resistencia al pandeo por cizalladura, τ_{bb}, se calcula partiendo de la teoría de pandeo elástica, llegándose a ecuaciones similares, que no idénticas, a las de la lección 3.1 relacionadas con la resistencia simple post-crítica a la cizalladura τ_{ba}. Así, el cálculo de la resistencia al pandeo por cizalladura vuelve a depender, como muestra la figura 5, de si el alma es:

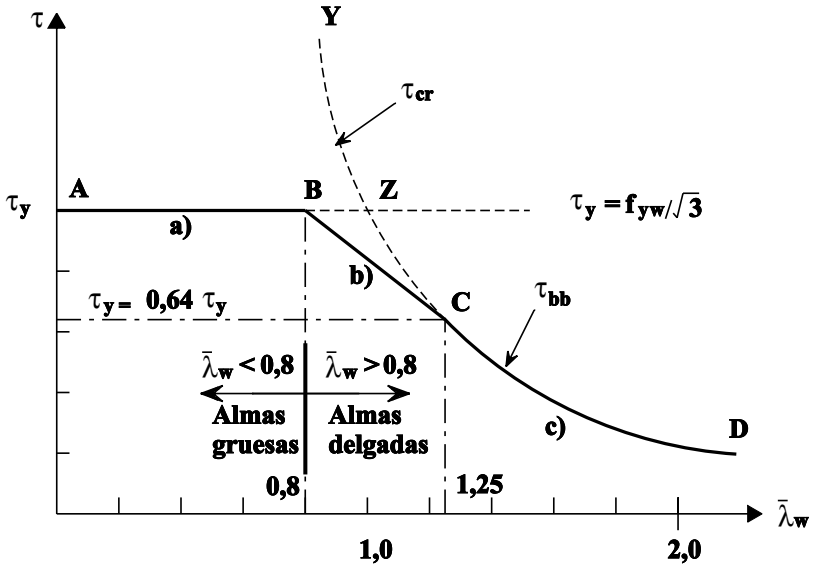


Figura 5 Pandeo de almas por cortante

a) robusta o gruesa ($\bar{\lambda}_w = 0,8$, zona AB de la figura 5), en cuyo caso el alma no sufrirá pandeo y vuelve a tomarse la tensión de fluencia tangencial:

$$\tau_{bb} = f_{yw} / \sqrt{3}$$

donde f_{yw} es la resistencia a la fluencia por tracción

b) intermedia ($0,8 < \bar{\lambda}_w < 1,25$, zona BC de la figura 5) donde en la transición de fluencia a pandeo:

$$\tau_{bb} = [1 - 0,8(\bar{\lambda}_w - 0,8)](f_{yw} / \sqrt{3})$$

c) esbelta o delgada ($\bar{\lambda}_w \geq 1,25$, zona CD de la figura 5) donde el alma sufrirá el pandeo y, partiendo de la teoría de pandeo elástica:

$$\tau_{bb} = [1/\bar{\lambda}_w^2]\left(f_{yw}/\sqrt{3}\right)$$

Así, conociendo τ_{bb}, puede evaluarse el primer término de la fórmula de la ecuación (3). La evaluación del segundo término, correspondiente a la acción posterior al pandeo, resulta más compleja, aunque aun así puede reducirse a un procedimiento de diseño adecuado.

En el régimen posterior al pandeo, según muestra la figura 4b, se desarrolla un campo inclinado de tensión de membrana por tracción, con una inclinación ϕ respecto de la horizontal. Dado que las alas de la viga son flexibles, comenzarán a doblarse hacia dentro bajo la tracción ejercida por el campo de tensión.

Si la carga sigue aumentando se producirá la fluencia en el alma, bajo el efecto combinado del campo de tensión de membrana y de la tensión tangencial en el pandeo. El valor de la tensión del campo de tensión (τ_{bb}) al que se produce la fluencia, denominado "resistencia del campo de tensión" en el Eurocódigo 3, puede determinarse aplicando el criterio de fluencia de Von Mises-Hencky [2]. El resultado es la siguiente fórmula correspondiente a la resistencia del campo de tensión:

$$\tau_{bb} = [f_{yw}^2 - 3\tau_{bb} + \Psi^2] - \Psi$$

donde el término $\psi = 1{,}5\ \tau_{bb}$ sin 2ϕ se introduce únicamente para simplificar.

Una vez el alma ha sufrido la fluencia, el fallo definitivo de la viga tendrá lugar cuando el mecanismo que comprende cuatro rótulas plásticas se haya formado en las alas, tal como muestra la figura 4c. El análisis detallado de este mecanismo de colapso, estudiando las fuerzas internas desarrolladas en el alma e impuestas sobre las alas (ver [2]), permite evaluar la anchura (g) del campo de tracción, que aparece en el segundo término de la ecuación (3):

$$g = d\cos\phi - (a - s_c - s_t)\,\mathrm{sen}\,\phi$$

donde, como en la figura 4c, s_c y s_t significan las posiciones de las alas comprimidas y traccionadas, respectivamente, en las que se forman las rótulas plásticas.

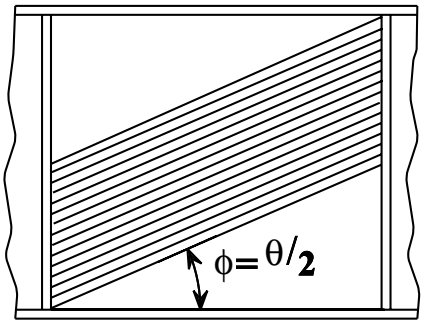
Las posiciones de rótula se calculan sabiendo que se formarán en el punto de máximo momento, es decir de cizalladura cero, de las alas; la fórmula adecuada es la siguiente:

$$S = \frac{2}{\mathrm{sen}\,\phi}\left[\frac{M_{Nf}}{t_w \sigma_{bb}}\right]^{1/2} \leq a \qquad (4)$$

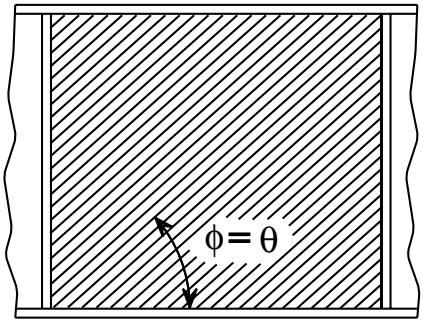
donde M_{Nf} es el momento plástico de resistencia del ala, es decir $0{,}25\ b t_f^2 f_{yf}$. Cuando a la viga se le apliquen elevados momentos de flexión además del esfuerzo cortante, en las alas se desarrollarán fuerzas axiales ($N_{f.Sd}$) que, por supuesto, reducen el momento plástico de resistencia de las alas. Sus efectos se pueden calcular, partiendo de la teoría de plasticidad estándar, como:

$$M_{Nf} = 0{,}25\ b\ t_f^2\ f_{yf}\left[1 - \left(\frac{N_{f.Sd}}{b t_f f_{yf}}\right)^2\right] \qquad (5)$$

Ya se conocen todos los términos necesarios para calcular la resistencia total a la cizalladura partiendo de la ecuación (3), distintos a la inclinación ϕ del campo de tensión. Por desgracia, el valor de ϕ no se puede determinar directamente y se ha de adoptar un procedimiento iterativo en el que se supongan sucesivos valores de ϕ, evaluándose la correspondiente resistencia a la cizalladura en casa caso. El proceso se repite hasta establecer el valor de ϕ que produce la máxima, y por tanto la exigida, resistencia a la cizalladura. La variación de la resistencia a la cizalladura con ϕ no es muy rápida. El valor correcto de ϕ se encuentra entre un mínimo de $\theta/2$ y un máximo de θ, donde θ es la pendiente de la diagonal del elemento $\tan^{-1}(d/a)$, como se muestra en la figura 6. Un estudio paramétrico [2] ha establecido que, para vigas de dimensiones normales, el valor de ϕ que produce el máximo valor de resistencia a la cizalladura viene dado aproximadamente por:



(a) Campo de acción de tracciones "sólo alma"



(b) Campo completo de acción de tracciones

Figura 6 Inclinación del campo de tracciones

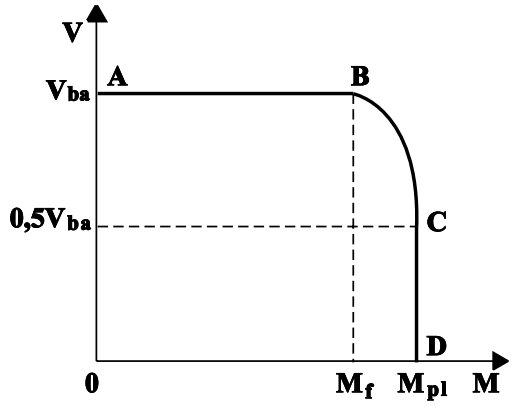
$$\phi = \theta/1{,}5$$

La aceptación de este valor de ϕ conducirá al valor correcto o a una subestimación de la resistencia a la cizalladura. Ofrecerá por tanto una aproximación segura y también un buen valor de partida de ϕ si se ha de llevar a cabo un proceso de iteración más preciso. El valor correcto de ϕ es el que proporciona el valor máximo de $V_{bb.Rd}$.

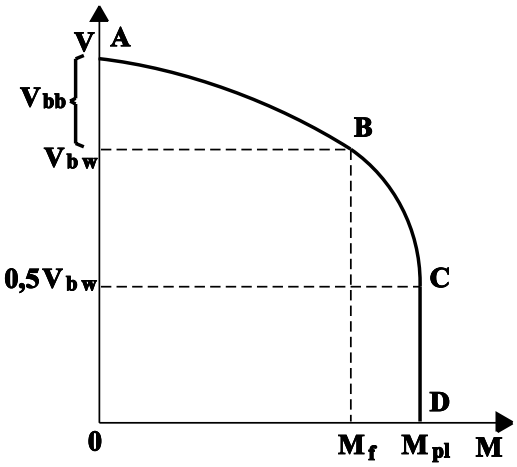
3. INTERACCIÓN ENTRE CORTANTE Y FLEXIÓN

En general, cualquier sección transversal de viga armada estará sometida a los efectos de momentos de flexión sumados a cortante. Como se expone en [2], esta combinación hace bastante más complejas las condiciones de tensiones en el alma de la viga. En primer lugar, las tensiones derivadas del momento de flexión se combinarán con las tensiones tangenciales para producir una carga de pandeo inferior. En segundo lugar, en el régimen posterior al pandeo, las tensiones de flexión influirán en la magnitud de las tensiones de membrana del campo de tensión necesarias para producir la fluencia en el alma. Por último, como ya se ha dicho en relación con la ecuación (5), las fuerzas axiales de alas, surgidas del momento de flexión, reducirán el momento plástico de resistencia de las alas.

La evaluación adecuada de todos estos efectos es compleja, pero como se expone en [2], se pueden establecer ciertos supuestos sobre la interacción de momento y cortante para obtener un procedimiento de diseño simple y eficaz. En el Eurocódigo 3, el procedimiento para tener en cuenta la interacción momento/cortante depende naturalmente de si para calcular la resistencia al pandeo por cortante se está utilizando el método post-crítico simple de la sección 2.1 o el de campo de tensión de la sección 2.2. A continuación se estudiará cada caso por separado.



(a) Método simple pos-crítico



(b) Método de campo de tracciones

Figura 7 Interacción de resistencia al pandeo por cortante y momento

3.1 Interacción entre cortante y flexión en el método post-crítico simple

La interacción entre cortante y flexión puede representarse convenientemente mediante el diagrama que muestra la figura 7a (figura 5.6.4a de el Eurocódigo 3), en el que la resistencia de la viga a la cizalladura se refleja en el eje vertical y la resistencia al momento en el horizontal. La interacción representa una envolvente del fallo, definiendo cada punto de la curva los valores coexistentes de cizalladura y flexión que la viga puede soportar como máximo.

El diagrama de interacción puede estudiarse dividiéndolo en tres zonas. En la zona AB el momento de flexión aplicado M_{ad} es reducido, y la viga puede aguantar una carga de cortante V_{ad} igual al valor total de la resistencia al pandeo calculado partiendo del método post-crítico simple, como en la ecuación (1). Así, en esta zona:

$$M_{sd} \leq M_{f.Rd}$$

$$V_{sd} \leq V_{baRd} \qquad (6)$$

El momento que define el final de la zona en el punto B ($M_{f.Rd}$) es el momento plástico de resistencia de la sección transversal consistente únicamente en las alas, es decir, no teniendo en cuenta contribución alguna del alma. En este cálculo hay que observar que las placas del ala comprimida pueden sufrir un pandeo y, si es necesario, tener esto en cuenta adoptando una anchura eficaz b_{eff} para el ala. El cálculo de esta anchura eficaz es el descrito en la lección 9.3 en relación con un elemento sobresaliente comprimido.

En el otro extremo del diagrama de interacción, en la zona CD, el cortante aplicado V_{ad} es reducida. Siempre que ésta no sobrepase el valor límite de 0,5 V_{ba} en el punto C, no será necesario reducir el momento plástico de resistencia de toda la sección transversal $M_{N.Rd}$ para admitir el cortante.

En la zona intermedia BC, los valores coexistentes de momento M_{ad} y cortante V_{ad} aplicados deben satisfacer la siguiente relación:

$$M_{Sd} \leq M_{f.Rd} + (M_{N.Rd} - M_{f.Rd}) [1 - (2V_{sd}/V_{ba.Rd} - 1)^2] \quad (7)$$

De este modo se ha definido todo el margen de interacción momento/cortante con relación al método post-crítico simple.

3.2 Interacción entre cortante y flexión en el método de campo de tensión

El procedimiento para el método de campo de tensión sigue lo descrito anteriormente para el método post-crítico simple, y da lugar a un diagrama de interacción similar, que no idéntico, representado en la figura 7b (figura 5.6.4b del Eurocódigo 3).

En la zona de momento reducido AB, de nuevo definida por valores de momento aplicado inferiores a $M_{f.Rd}$, la viga puede aguantar una carga de cortante V_{ad} igual a la resistencia "solo del alma" a cortante $V_{bw.Rd}$, calculada partiendo de la teoría de campo de tensión. Así:

$$M_{Sd} \leq M_{f.Rd}$$

$$V_{Sd} \leq V_{bw\ Rd}$$

La resistencia "solo del alma" a cortante es el valor específico de la resistencia total a cortante $V_{bw.Rd}$ calculado partiendo de la ecuación (1), para el caso en que $M_{NF} = 0$ en la ecuación (5). Es, en efecto, un enfoque conservador que no tiene en cuenta la contribución de las alas a la acción de campo de tensión.

En el otro extremo, en la región CD, el procedimiento es el mismo que para el método post-crítico simple, salvo que aquí se toma un valor límite de cortante en el punto C de $0{,}5V_{bw}$. De modo similar, el procedimiento para la zona intermedia BC sigue como antes, con la excepción de que ahora la sustitución en la ecuación (7) del valor de campo de tensión V_{bw} por V_{ba} da:

$$M_{Sd} \leq M_{f.Rd} + (M_{N.Rd} - M_{f.Rd}) [1 - (2V_{sd} / V_{bw.Rd} - 1)^2] \quad (8)$$

De este modo queda definido todo el margen de interacción momento/cortante para el método de campo de tensión.

4. RESUMEN FINAL

1. Se han descrito procedimientos para el diseño de vigas armadas sometidas a cortante, que emplean diversos grados de resistencia posterior al pandeo y corresponden o bien al "método post-crítico simple" o al de "campo de tensión" del Eurocódigo 3.

2. La resistencia de las vigas armadas al momento puede normalmente basarse en la resistencia de momento plástico de las alas.

3. El diseño referido a cizalladura y momento coincidentes debiera realizarse utilizando un diagrama de interacción. El método más sencillo consiste en diseñar el alma de modo que soporte toda la cortante, resistiendo las alas el momento.

4. El método de "campo de tensión" tiene una aplicación más restringida que el método "post-crítico simple", pero ofrece mayores resistencias.

5. Otros aspectos del diseño (rigidizadores, etc.) se exponen en la lección 10.5.2.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] Eurocode 3 "Design of Steel Structures": European Prestandard ENV 1993-1-1: Part 1.1, General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

[2] Narayanan, R. (ed), "Plated Structures; Stability and Strength", Applied Science Publishers, London 1983. Chapter 1 covers basic aspects of plate girder behaviour and design.

[3] Bulson, P. S. "The Stability of Flat Plates", Chatter & Winders, London, 1970. General coverage of plate buckling and explanation of k_τ values for numerous cases.

6. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. Dubas, P. and Gehri, E. (eds)., "Behaviour and Design of Plated Structures", ECCS, 1986. Chapters 4 and 5 provide a detailed coverage of plate girder design, taking the reader well beyond the content of this lecture. They also refer to numerous original sources.

2. Galambos, T. V. (ed)., "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", 4th Edition, Wiley Interscience, 1987.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.4.3: Diseño de vigas Armadas-Particularidades

OBJETIVOS/CONTENIDO

Ampliar lo ya expuesto sobre el diseño de vigas armadas en las lecciones 10.2.1 y 10.2.2. Incluir el diseño de rigidizadores transversales y diagonales extremas y el estudio de la carga por zonas. También se esbozarán los procedimientos de diseño relativos a vigas con rigidización longitudinal y vigas con grandes aberturas de alma.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lección 10.4.1: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas I

Lección 10.4.2: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas II

LECCIONES AFINES

Lección 4.5: Fabricación y Montaje de Edificios

RESUMEN

En esta lección se estudia el diseño detallado de elementos concretos de vigas armadas. La acción estructural de los elementos de alma, diseñados como se ha descrito en lecciones anteriores, impone exigencias estrictas a los elementos del contorno contiguos. La presente lección se ocupa del diseño de rigidizadores transversales y diagonales extremas conforme al Eurocódigo 3 [1], así como los problemas particulares debidos a la carga por zonas. También se exponen dos aspectos del diseño que la parte 1 del Eurocódigo 3 no cubre en la actualidad, a saber, el diseño de vigas con rigidización longitudinal y de vigas con grandes aberturas de alma.

1. INTRODUCCIÓN

Las dos lecciones previas sobre las vigas armadas se han concentrado en los aspectos principales del comportamiento estructural, en el que se basan los principios del diseño. Se han esbozado los dos métodos de diseño propuestos por el Eurocódigo 3 [1]: el método "post-crítico simple", de aplicación general, y el método de "campo de tensión", que ofrece resistencias bastante más altas al tener en cuenta la resistencia de las vigas posterior al pandeo.

El objetivo de esta lección es completar la exposición del diseño de vigas armadas estudiando otros aspectos del diseño de detalles. Por ejemplo, el desarrollo de una acción posterior al pandeo en la placa de alma, presupuesto en las lecciones anteriores, solo puede tener lugar si los elementos del contorno de esa placa de alma son capaces de proporcionar un anclaje adecuado a las fuerzas de campo de tensión que se desarrollan en la placa. La presente lección estudiará el diseño de esos elementos de contorno, que pueden adoptar la forma de rigidizadores transversales o diagonales extremas.

Las vigas pueden verse sometidas a cargas elevadas en zonas localizadas, creándose la posibilidad de una "inestabilidad local" ("crippling") de la placa de alma. Un buen ejemplo sucede en las vigas de camino de rodadura sometidas a una carga vertical que recorre el ala. Los efectos de esta "carga por zonas" deben analizarse con cuidado en el diseño. Es un aspecto tratado muy en profundidad en el Eurocódigo 3 [1]. Aquí se esbozan los principios más importantes.

Otros dos aspectos importantes del diseño de vigas armadas son el tratamiento de vigas con rigidizadores de alma transversales y el de vigas con grandes aberturas en las placas de alma. Estas aberturas son con frecuencia necesarias, sobre todo en la construcción de edificios, para permitir el acceso de conductos para servicios, etc. De ninguna de estas dos situaciones se ocupa la parte 1 del Eurocódigo 3. Así pues, esta lección expone una práctica adecuada en relación con ambos casos.

2. RIGIDIZADORES DE ALMA TRANSVERSALES

Para conseguir un diseño eficaz, es decir, una viga armada de relación resistencia/peso elevada, es necesario dotarla de rigidizadores de alma transversales. En el Eurocódigo 3 solo se permite la aplicación del método de campo de tensión, que en anteriores lecciones se ha mostrado cómo mejora de manera significativa la resistencia portante cuando el alma está rigidizada. El Eurocódigo especifica también que la separación entre estos rigidizadores debe ser tal, que la relación separación entre rigidizadores/profundidad de alma (a/d) esté dentro del margen siguiente:

$$1{,}0 \le a/d \le 3{,}0$$

Los rigidizadores transversales juegan un importante papel al permitir alcanzar la resistencia total de carga de rotura de la viga armada. En primer lugar aumentan la resistencia del alma al pandeo; en segundo lugar, deben seguir siendo eficaces tras el pandeo del alma para proporcionar el anclaje del campo de tensión; por último, deben evitar la tendencia de las cabezas a moverse una hacia la otra.

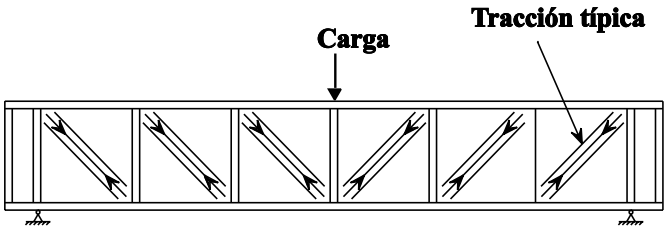
La mejor manera de ilustrar el rendimiento satisfactorio de un rigidizador transversal es comparando las vigas representadas, tras el ensayo, en las diapositivas 1 y 2. En la diapositiva 1 los rigidizadores han permanecido derechos y han cumplido claramente su función de barras verticales en el modelo de viga de celosía en N simplificada de la acción posterior al pandeo expuesta en la lección 10.2.2, ver figura 1. En la diapositiva 2 el rigidizador ha fallado y no ha sido capaz de limitar el pandeo a los elementos secundarios adyacentes de la viga; por el contrario, el pandeo ha traspasado la posición del rigidizador, extendiéndose a ambos elementos. Como consecuencia de ello se ha producido una notable reducción en la carga de rotura de la viga.

Los requisitos para asegurar un adecuado rendimiento de los rigidizadores se exponen en la sección 5.6.5 del Eurocódigo 3. Primero, el rigidizador debe poseer una rigidez adecuada en la dirección perpendicular al plano del alma para impedir el pandeo de la misma. Esta condición se cumple siempre que el rigidizador tenga un segundo momento de área I_s que satisfaga las siguientes fórmulas empíricas:

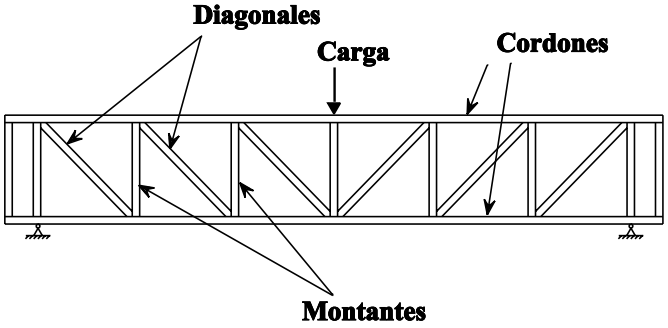
$$I_s \ge 1{,}5\, d^3 t_w^3 / a^2 \quad \text{cuando} \quad a/d < \sqrt{2}$$

$$I_s \ge 0{,}75\, d t_w^3 \quad \text{cuando} \quad a/d \ge \sqrt{2}$$

Segundo, la resistencia al pandeo de la "barra rigidizadora" vertical debe ser suficiente como para soportar las fuerzas de campo de tensión representadas en la figura 2a (reproducción

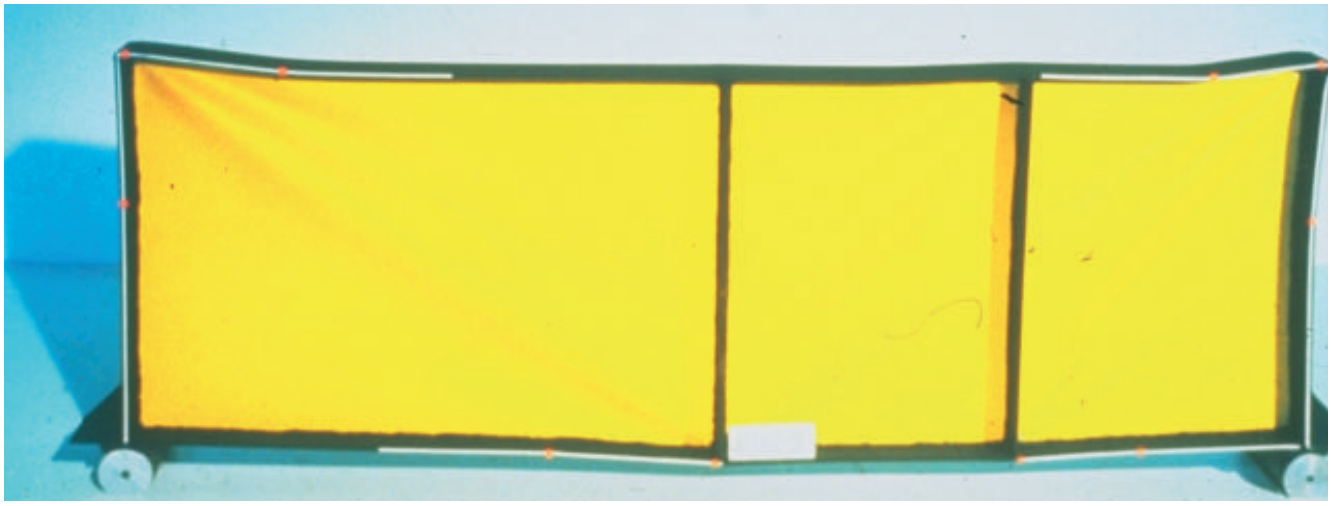


(a) Campo de acción de tracciones en sub-paneles individuales de una viga con rigidizadores transversales.



(b) Típica viga de celosía para comparación

Figura 1 Acciones de tracción



Diapositiva 1

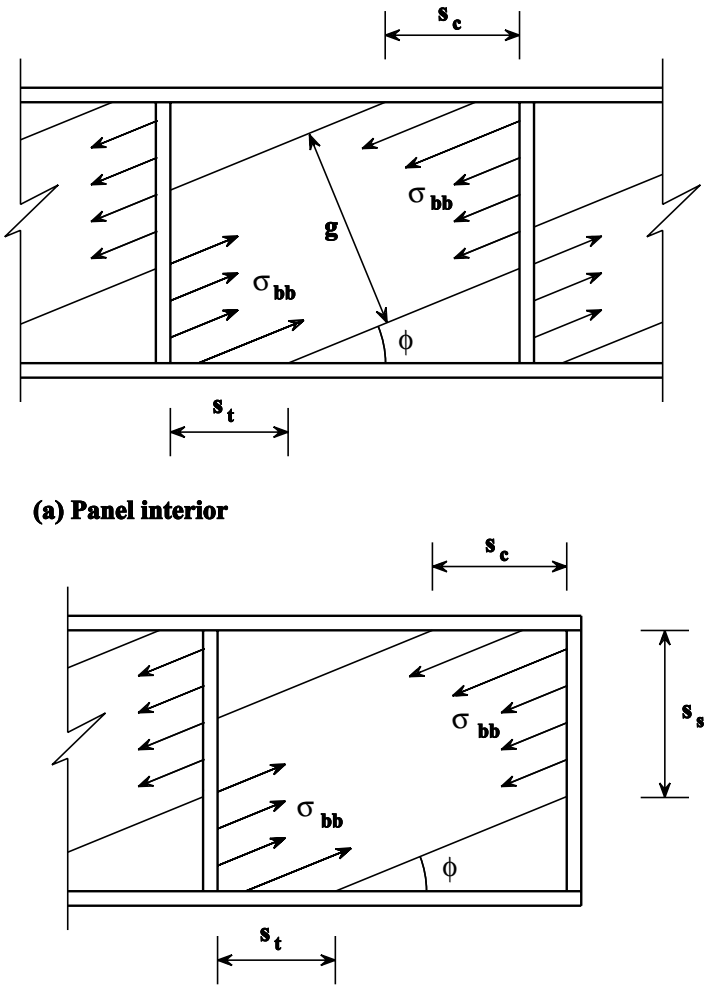


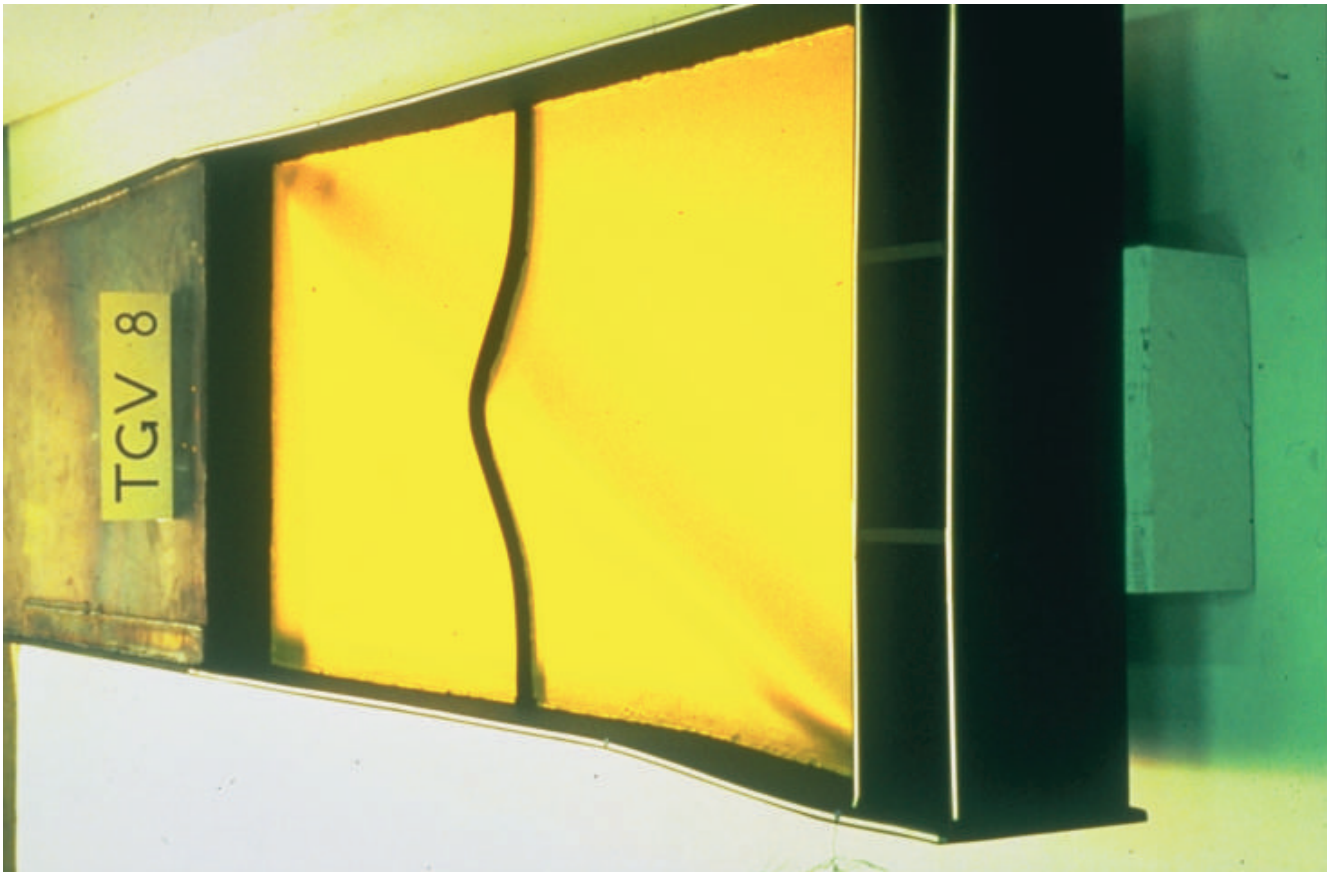
Figura 2 Campo de tensiones de tracción

de la figura 5.6.3a del Eurocódigo 3). También debe resistir la fuerza de compresión axial resultante N_s que se le impone, y que se calcula como sigue:

$$N_s = V_{sd} - dt_w\tau_{bb} / \gamma_{M1}$$

donde τ_{bb} es la resistencia inicial al pandeo por cortante de los elementos de alma, calculada según se indica en la lección 10.2.2. Cuando los dos elementos de alma adyacentes al rigidizador concreto que se está diseñando no son idénticos, deberá tomarse el valor menor de τ_{bb} correspondiente a los dos elementos. Como antes, V_{sd} es el valor previsto de esfuerzo cortante.

La resistencia al pandeo de esta barra rigidizadora frente a la fuerza de compresión axial se calcula entonces siguiendo la sección 5.7.6 del Eurocódigo 3. Al estar el rigidizador unido a la placa de alma, una porción de ésta actúa efectivamente junto con el rigidizador en la resistencia a la compresión axial. Es difícil calcular la extensión de esa porción de alma, pero observaciones experimentales han permitido establecer



Diapositiva 2

de alma eficaz empírica de 30 εt_w, como muestra la figura 3 (reproducción de la figura 5.7.4 del Eurocódigo 3). Habiendo de este modo establecido la sección transversal eficaz de la barra rigidizadora, su resistencia al pandeo se determina, como la de cualquier otro elemento comprimido, de acuerdo con la sección 5.5.1 del Eurocódigo 3.

Con un rigidizador "portante", es decir, un rigidizador transversal en una situación en la que se aplica una carga externa sobre la viga, es necesaria una consideración adicional. La resistencia de la sección transversal eficaz del rigidizador portante debe verificarse también en una situación próxima al ala sometida a la carga.

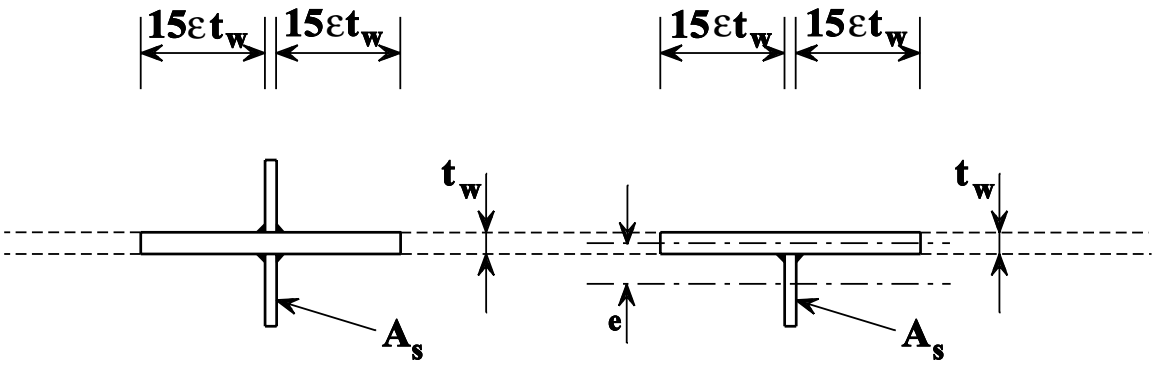


Figura 3 Sección transversal efectiva de rigidizadores

3. ELEMENTOS EXTREMOS Y DIAGONALES

La exigencia de elementos en el contorno adecuados para soportar la carga impuesta por el campo de tensión posterior al pandeo es especialmente rigurosa en el caso del elemento extremo de la viga. La situación del rigidizador transversal en el extremo de la viga, es decir la "diagonal extrema", es muy diferente de la de un rigidizador intermedio, compárense las figuras 2b y 2a. En el extremo de la viga, las fuerzas impuestas por el campo de tensión en el elementos extremo han de ser soportadas enteramente por la diagonal extrema, sin ayuda de ningún elemento adyacente.

En las cláusulas 5.6.4.3 y 5.6.4.4 del Eurocódigo 3 [1] se ofrecen procedimientos de diseño para elementos extremos y diagonales, permitiéndose al proyectista básicamente dos opciones.

Primero, el proyectista puede decidir no diseñar una diagonal extrema que proporcione un anclaje adecuado para el campo de tensión. Como consecuencia de ello, el elemento del alma debe ser diseñado de acuerdo con el método post-crítico simple, de manera que no se desarrolle un campo de tensión en su interior. Esta opción ofrece un procedimiento de diseño sencillo, pero presenta el inconveniente de que la resistencia calculada a cortante del elemento extremo será bastante menor a la de los paneles del alma internos de la viga. Puesto que es probable que el cortante aplicado en la zona extrema sea mayor que en ningún otro punto del tramo, la solución de diseño ofrecida por este procedimiento no será eficaz si la separación entre rigidizadores permanece constante en toda la longitud de la viga. Como muestra la figura 4a, el proyectista debería entonces reducir la separación entre los rigidizadores que limitan con el panel extremo, de manera que la resistencia a cortante de ese panel, según se calcula mediante el método post-crítico simple, pasa a ser igual a la calculada mediante el método de campo de tensión para los paneles internos.

La opción más eficaz, pero más compleja, es diseñar la diagonal extrema de modo que proporcione un anclaje adecuado para el campo de tensión del alma. El panel extremo puede entonces diseñarse de acuerdo con el método de campo de tensión, de tal forma que la resistencia prevista al pandeo por cortante ($V_{bb.Rd}$) se puede calcular como se describe en la lección 10.2.2 para paneles de alma internos, es decir

$$V_{bb.Rd} = [(d\ t_w\ \tau_{bb}) + 0{,}9\ (g\ t_w\ \sigma_{bb}\ \sin\phi)]/\gamma_{M1}$$

La ligera diferencia en relación con el panel extremo se deriva del cálculo de la anchura g del campo de tensión. Para un panel interno la anchura viene dada por:

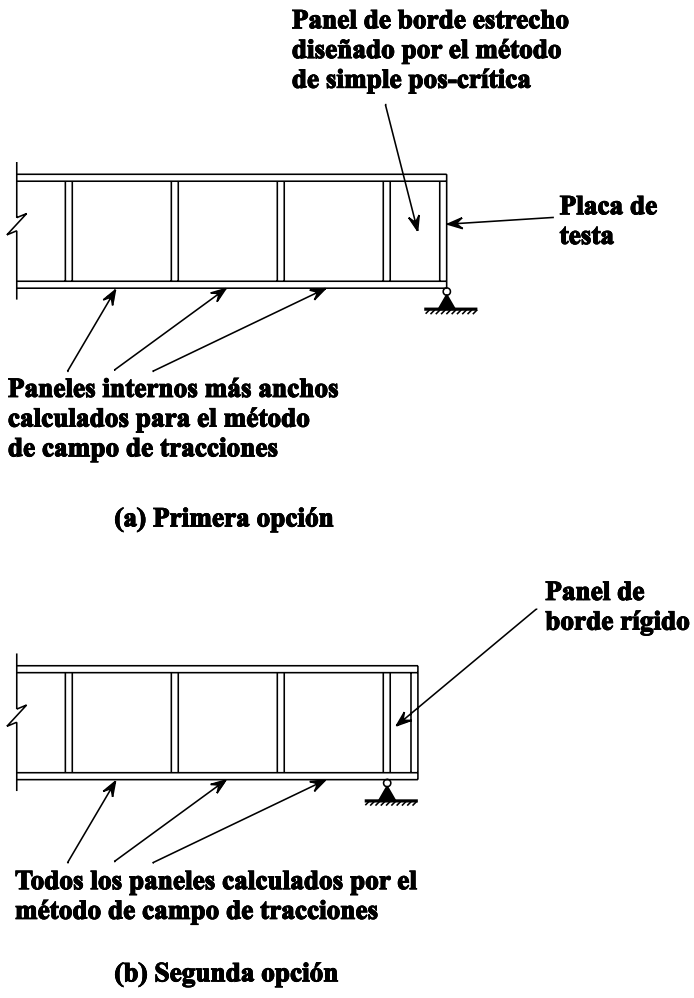
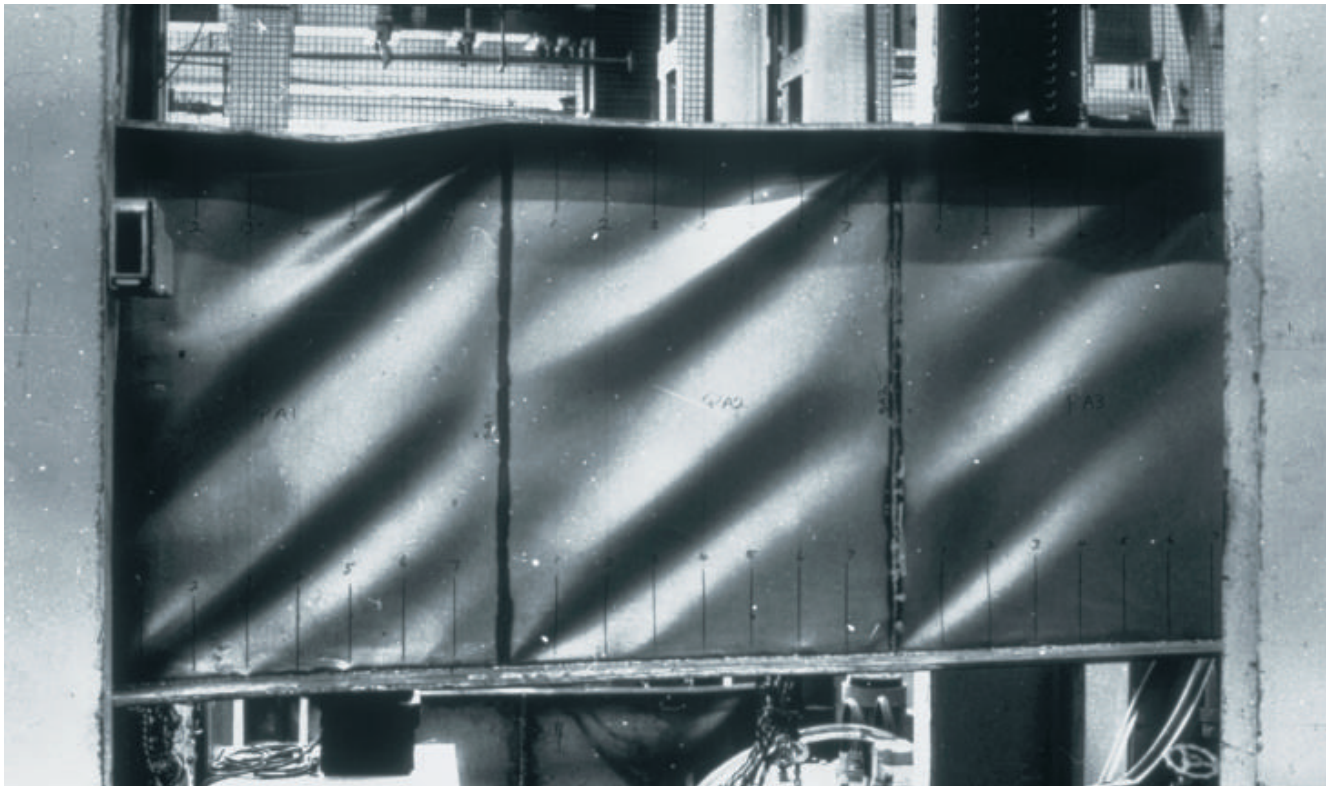


Figura 4 Diseño de paneles de borde



Diapositiva 3

donde s_c y s_t significan las longitudes a lo largo de las cuales el campo de tensión se ancla en las alas comprimida y de tracción, ver figura 2a. El mecanismo de fallo puede ser diferente para un panel extremo, pues, como se muestra en la diapositiva 3, también en la diagonal extrema se puede formar una rótula plástica. Esta rótula afecta a la longitud de anclaje correspondiente al ala comprimida, que ahora debe calcularse como:

$$s_c = \frac{2}{\text{sen}\,\phi}\left[\frac{M_{pl\cdot 1} + M_{pl\cdot 2}}{2t_w\sigma_{bb}}\right]^{1/2}$$

donde $M_{pl.1}$ es el momento plástico reducido del ala en la posición de rótula interna, permitiendo la presencia de la fuerza axial (N_{f1}) en esa posición.

La otra rótula plástica se formará, o bien en el extremo de la cabeza, como es el caso de un panel interno, o en la diagonal extrema. La localización de la rótula, según queda definida por s_s en la figura 2b, dependerá de cuál de estos dos elementos presente el menor momento plástico de resistencia. $M_{pl.2}$ toma el menor de estos dos valores.

De este modo, la cláusula 5.6.4.3 del Eurocódigo 3 permite una definición completa de la geometría del campo de tensión desarrollado en el panel extremo, ver figura 2b. Puede entonces calcularse la resistencia prevista al pandeo por cortante $V_{bb.Rd}$ del panel, junto con el componente horizontal F_{bb} de la fuerza de anclaje del campo de tensión impuesto a la diagonal extrema:

$$F_{bb} = t_w s_s \sigma_{bb} \cos^2 \phi$$

La diagonal extrema resiste esta fuerza actuando como una viga de alma llena vertical que se extiende entre las dos alas. Para ello debe satisfacer el siguiente criterio:

$$M_{pl.2} + M_{pl.3} \geq 0{,}5\, F_{bb}\, s_s$$

donde el momento plástico reducido de la diagonal extrema:

$$M_{pl.3} = 0{,}25\, b_s\, t_s^2\, f_{ys} \{1 - [N_{s3} /(b_s\, t_s\, f_{ys})]^2\}$$

admite el efecto de la fuerza axial sobre ella:

$$N_{s3} = V_{sd} - \tau_{bb}\, t_w\, (d - s_s)$$

Si resulta difícil disponer una diagonal extrema en forma de una placa única para resistir estas fuerzas, el proyectista puede plantearse una disposición extrema como la que se muestra en la figura 4b. En este caso se utilizan dos rigidizadores transversales. Estos dos rigidizadores, y la porción de alma que sobresale más allá del soporte extremo, forman una diagonal extrema rígida destinada a proporcionar en el panel extremo el necesario anclaje para el campo de tensión. El inconveniente de esta disposición es que debe existir un espacio adecuado disponible que permita a la viga proyectarse más allá de su soporte extremo.

4. “INESTABILIDAD LOCAL” DEL ALMA

Hay muchas situaciones en las que no es posible disponer rigidizadores de alma transversales en todo los puntos donde se aplican a la viga cargas verticales. Por ejemplo, una viga de camino de rodadura está sometida a una carga vertical que recorre el ala; también puede ocurrir que durante la construcción las vigas se coloquen de manera que el ala realmente se mueve sobre el punto fijo de apoyo. En estos casos debe prestarse una especial atención al diseño del alma no rigidizada en la zona localizada por debajo, o por encima, de la carga puntual o “zonal” aplicada, para impedir la “inestabilidad local del alma”. Debido a este posible fallo local, deben verificarse las almas de todas las vigas de alma llena. Las vigas armadas son especialmente sensibles a esta forma de fallo, a causa de la esbeltez de las placas de alma que suelen emplearse en su construcción.

La “inestabilidad local” se expone en la sección 5.7 del Eurocódigo 3. Distingue entre los dos casos distintos de carga que representa la figura 5 (tomada de la figura 5.7.1 del Eurocódigo). En la figura 5a la fuerza es aplicada únicamente a un ala, y por tanto la resisten los esfuerzos cortantes desarrollados en la placa de alma. En este caso se ha de verificar la placa de alma para comprobar su resistencia al “recalcado” y a la “inestabilidad local”. En el otro, representado en la figura 5b, la fuerza es aplicada a un ala, transmitida directamente por las fuerzas de compresión desarrolladas en el alma, y soportada por una fuerza de reacción en la otra ala. De nuevo se ha de verificar el alma para comprobar su resistencia al “recalcado”, y en este caso debe analizarse también la resistencia del alma al “pandeo”.

Existen por tanto tres tipos de resistencia del alma que deben calcularse. En cada caso esa resistencia depende de la longitud a lo largo de la cual la fuerza aplicada se distribuye eficazmente en el ala, y que se denomina “longitud rígida portante” (“stiff bearing length”) (s_s). Se calcula sobre el supuesto de una dispersión de carga a través del material de acero sólido con una pendiente de 1:1.

Los términos resistencia al “recalcado” y a la “inestabilidad local” describen convenientemente las acciones descritas. La resistencia apropiada se calcula en cada caso a partir de fórmulas empíricas:

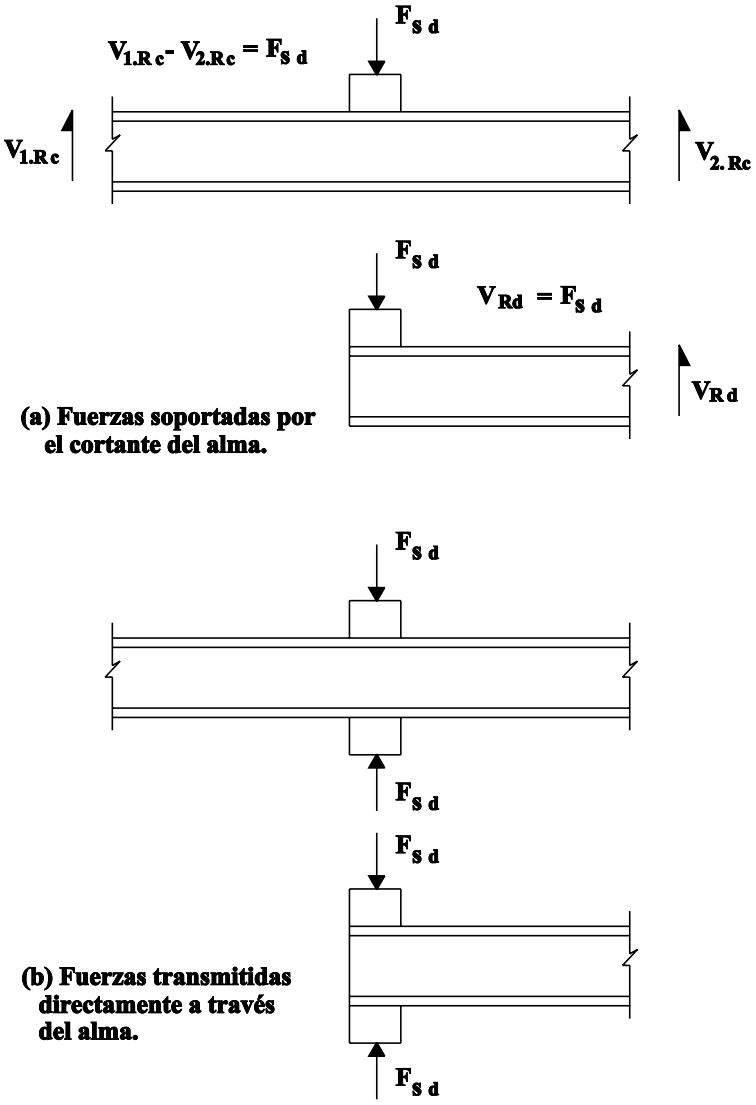


Figura 5 Fuerzas aplicadas a través de las alas

Resistencia al “recalcado”:

$$R_{y.Rd} = (s_s + s_y)\, t_w\, f_{yw} / \gamma_{M1}$$

Resistencia a la “inestabilidad local”:

$$R_{a.Rd} = 0{,}5\, t_w^2\, (E\, f_{yw})^{1/2}\, [t_f / t_w)^{1/2} + 3\, (t_w / t_f)$$

$$(s_s / d)] / \gamma_{M1}$$

La resistencia al “pandeo” ($R_{b.Rd}$) correspondiente a la situación de carga de compresión ilustrada por la figura 5b, se determina simplemente considerando la placa de alma como un elemento comprimido vertical. Primero es necesario determinar la anchura de la “barra” de alma (b_{eff}) que es eficaz para resistir la compresión. Esta anchura puede calcularse como:

$$b_{eff} = [h^2 + s_s^2]^{1/2}$$

donde:

h es la profundidad global de la viga,

s_s es la longitud rígida portante antes señalada.

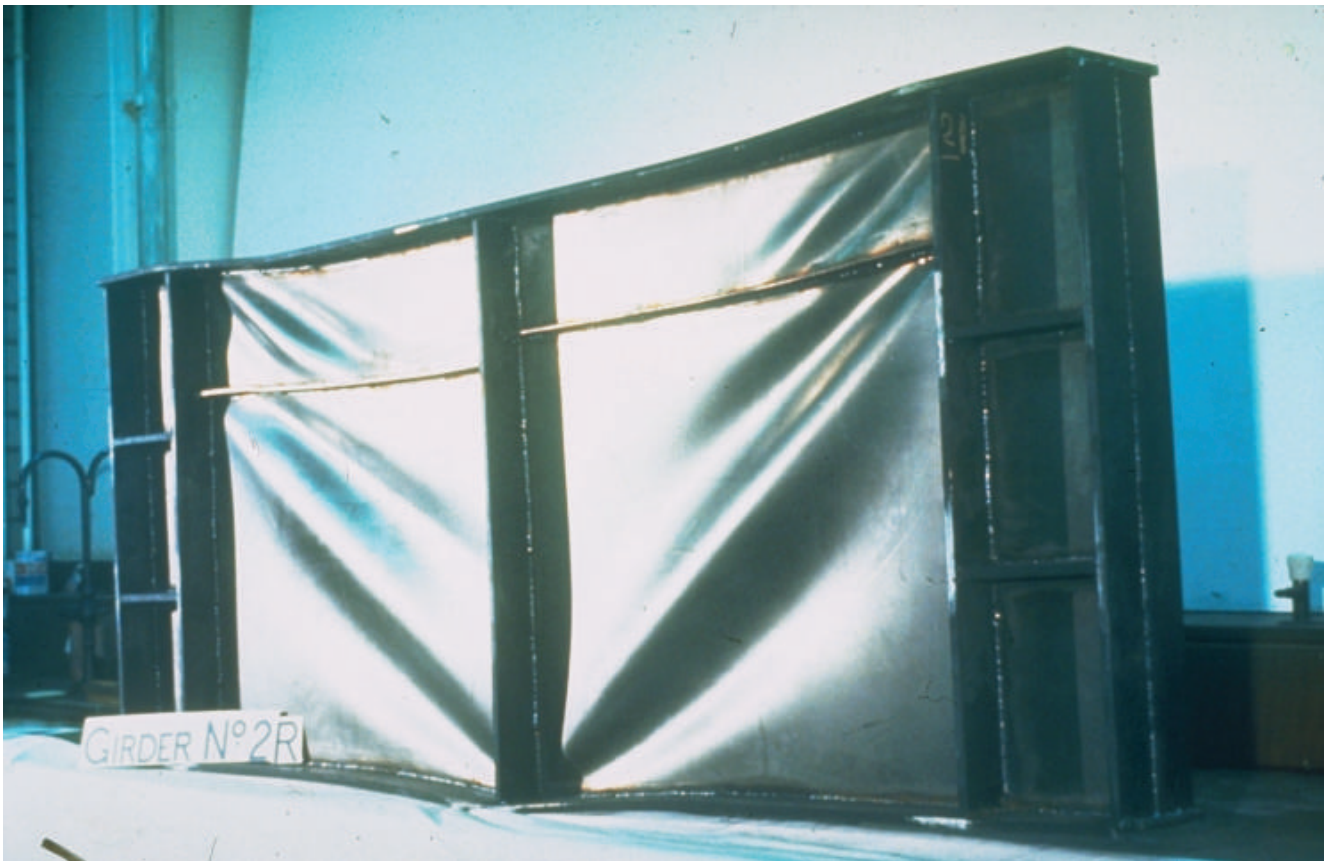
La resistencia al pandeo de esta barra ideal se determina entonces, como ocurre con cualquier otro elemento comprimido, de acuerdo con la sección 5.5.1 del Eurocódigo 3.

5. RIGIDIZADORES DE ALMA LONGITUDINALES

Para aumentar la relación resistencia/peso de las vigas armadas, las almas esbeltas pueden reforzarse mediante rigidizadores longitudinales, y también transversales. La diapositiva 4 muestra una típica viga con rigidización longitudinal tras el fallo. La función principal de los rigidizadores longitudinales es incrementar la resistencia del alma al pandeo en lo que se refiere a las cargas de cortante y de flexión. Un rigidizador eficaz permanecerá derecho, subdividiendo así el elemento de alma y limitando el pandeo a los elementos secundarios menores. Con ello puede conseguirse un aumento importante de la resistencia de la viga a la rotura.

La parte 1 del Eurocódigo 3 no se ocupa del diseño de almas con rigidizadores longitudinales; al proyectista se le remite a la parte 2 del Eurocódigo, aún no disponible. Debido a que en ellos son más necesarias unas relaciones resistencia/peso elevadas, las vigas con rigidizadores longitudinales se encuentran con más frecuencia en las construcción de puentes que en la de edificios.

El procedimiento se basa a veces en una serie de curvas empíricas de diseño derivadas de los resultados de un estudio paramétrico, empleando técnicas de modelación numéricas. Es un procedimiento de diseño sencillo, aunque de algún modo conservador. Existe una información adicional sobre el comportamiento de vigas con rigidización longitudinal [2] que ayudará al proyectista a comprender mejor la acción estructural.



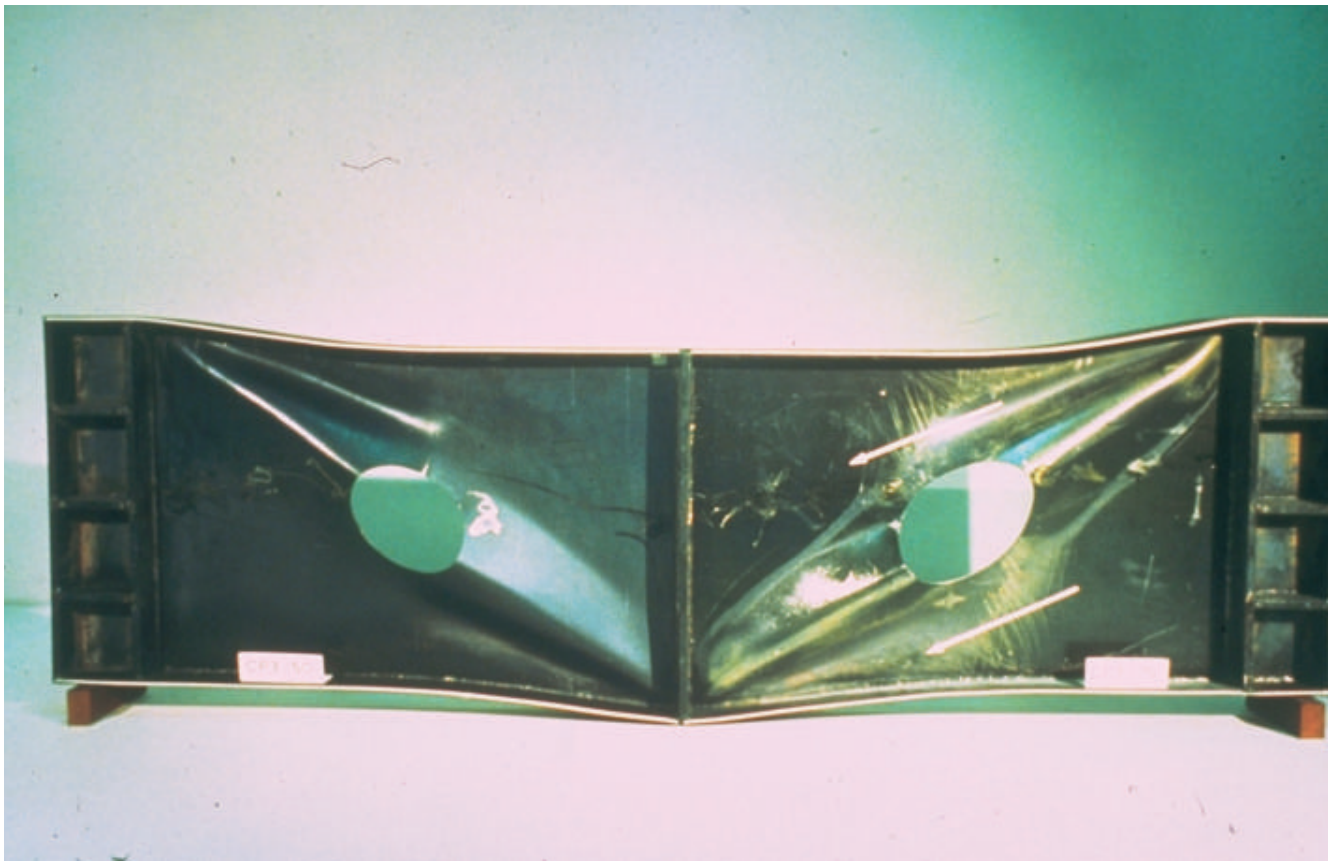
Diapositiva 4

6. VIGAS DE ALMA CON ABERTURAS

En las almas de vigas armadas utilizadas en la construcción de edificios se han de practicar orificios para proporcionar acceso a conductos para servicios, etc. En la parte 1 del Eurocódigo 3 no se hace mención alguna de tales aberturas.

El trabajo detallado y fundamental de Narayanan [2] ha demostrado que las vigas con aberturas en el alma poseen una reserva de resistencia posterior al pandeo. El mecanismo de colapso de estas vigas, ilustrado en la diapositiva 5, es similar al mecanismo de flecha horizontal por cortante que es característico de todas las vigas armadas, según se ha expuesto en lecciones anteriores. Sin embargo, algunos códigos adoptan un enfoque más conservador, no teniendo en cuenta esa acción posterior al pandeo en ninguna viga cuya abertura del alma tenga una dimensión que sobrepase cierto porcentaje de la dimensión mínima del elemento de alma en el que se encuentra. Para ofrecer un procedimiento de diseño sencillo, la resistencia del panel perforado al cortante se calcula como la resistencia al pandeo.

El inconveniente de este procedimiento es que la resistencia del elemento perforado al cortante será bastante menor que la calculada teniendo en cuenta toda la reserva de resistencia posterior al pandeo de los elementos adyacentes no perforados. El proyectista debe por tanto reducir la separación entre los rigidizadores transversales a cada lado de la abertura del alma, de manera que la resistencia inicial al pandeo del estrecho elemento perforado resultante, es aproximadamente igual a la resistencia total posterior al pandeo de los elementos contiguos.



Diapositiva 5

7. RESUMEN FINAL

1. Los elementos adyacentes a la placa de alma de una viga deben diseñarse de modo que proporcionen un anclaje adecuado para las fuerzas de campo de tensión desarrolladas en el elemento de alma.
2. El método de diseño de campo de tensión solo es aplicable cuando se disponen rigidizadores transversales de manera que la relación separación entre rigidizadores/profundidad del alma está dentro del margen: $10,0 \leq a/d \leq 3,0$. Para impedir el pandeo, los rigidizadores deben tener una rigidez adecuada en la dirección perpendicular al plano del alma. También la resistencia al pandeo de la barra rigidizadora vertical debe ser suficiente para soportar las fuerzas de campo de tensión.
3. El diseño de la diagonal extrema debe estudiarse con cuidado. El proyectista tiene la opción de, o bien sencillamente no permitir el desarrollo de la acción de campo de tensión en el elemento extremo o, para obtener un diseño más eficaz, de disponer una diagonal extrema de suficiente rigidez y resistencia.
4. La posibilidad de inestabilidad local, recalcado o pandeo del alma debe estudiarse en aquellas áreas localizadas en las que el ala de la viga está sometida a una carga por zonas.
5. Los rigidizadores de alma longitudinales permiten diseñar vigas con elevadas relaciones resistencia/peso. Son especialmente importantes en la construcción de puentes. No se mencionan en el Eurocódigo 3: Parte 1.
6. En la construcción de edificios son con frecuencia necesarias grandes aberturas de alma que permitan el paso de servicios. En la parte 1 del Eurocódigo 3 tampoco se mencionan las vigas armadas con aberturas.

8. BIBLIOGRAFÍA

[1] Eurocode 3 “Design of Steel Structures”. European Prestandard ENV 1993-1-1: Part 1.1, General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

[2] Narayanan, R (Editor), “Plated Structures; Stability and Strength”, Applied Science Publishers, London, 1983. This reference gives detailed information, including the experimental background to the structural action covered in the clauses of Eurocode 3 referred to in this lecture.

9. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. European Convention for Constructional Steelwork, “European Recommendations for the Design of Longitudinally Stiffened Webs and of Stiffened Compression Flanges”, ECCS Publication 60, 1990.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.5.1: Diseño de Vigas Cajón

OBJETIVOS/CONTENIDO

Describir los aspectos y ventajas principales de las vigas cajón; presentar los métodos de análisis global utilizados y hacer una introducción a los detalles de refuerzo característicos por medio de rigidizadores y diafragmas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lección 8.1:	Definición de Equilibrio Elástico Estable e Inestable
Lección 10.1:	Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas
Lección 10.4:	Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas

LECCIONES AFINES

Lección 10.5.2:	Métodos avanzados para Puentes de Vigas Cajón

RESUMEN

Se comparan las ventajas de las vigas cajón con las de las vigas armadas. Se expone su comportamiento estructural en términos globales y se detalla, abarcando temas como el diseño de diafragmas y rigidizadores, pandeo y torsión del alma. También se ofrecen recomendaciones en relación con los detalles de fabricación.

1. INTRODUCCIÓN

Las vigas cajón se utilizan tanto en estructuras de edificios (figura 1) como en puentes (figura 2). En general, son más caras que las vigas armadas porque su fabricación requiere más tiempo. Sin embargo, presentan sobre ellas diversas ventajas que hacen que su uso sea atractivo:

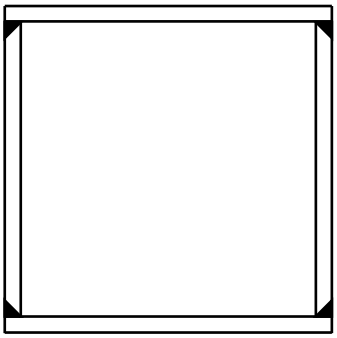


Figura 1 Sección transversal de viga cajón utilizada en edificación

- una rigidez muy buena a la torsión; resultan casi esenciales para tramos muy curvos;
- unos alas muy amplios que permiten grandes relaciones luz-altura;
- su apariencia más agradable (pues la rigidización puede no ser visible), sobre todo cuando las almas están inclinadas. En determinados casos, por razones estéticas, constituyen la única solución preferible al hormigón (figura 2a).
- una forma aerodinámica muy buena, algo importante en los grandes puentes colgantes o de cables inclinados, donde la resistencia al viento lateral es el principal problema (figura 2b).

En puentes, los dos tipos principales de sección transversal son:

- dos vigas cajón, sobre columnas separadas, conectadas mediante travesaños y una losa de hormigón compuesto. Cada viga tiene una rigidización longitudinal en el ala comprimido (figura 3).

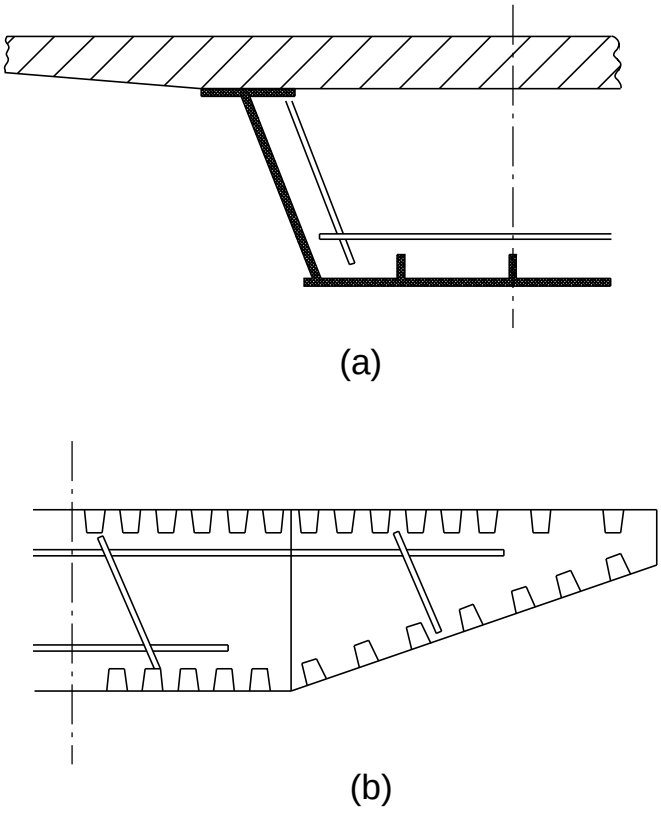


Figura 2 **(a)** Sección transversal de viga cajón mixta en el ala superior
(b) Sección transversal de viga cajón artotrópica

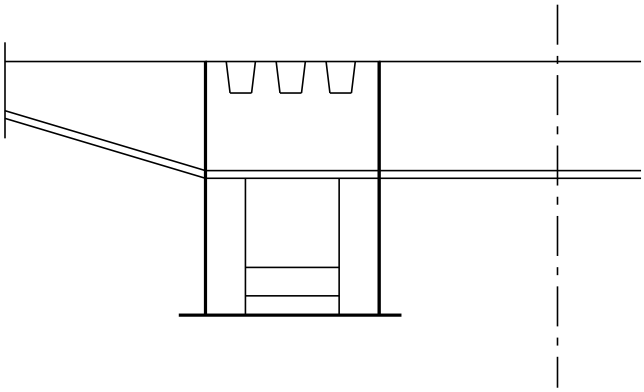


Figura 3 Losa mixta con dos vigas cajón gemelas

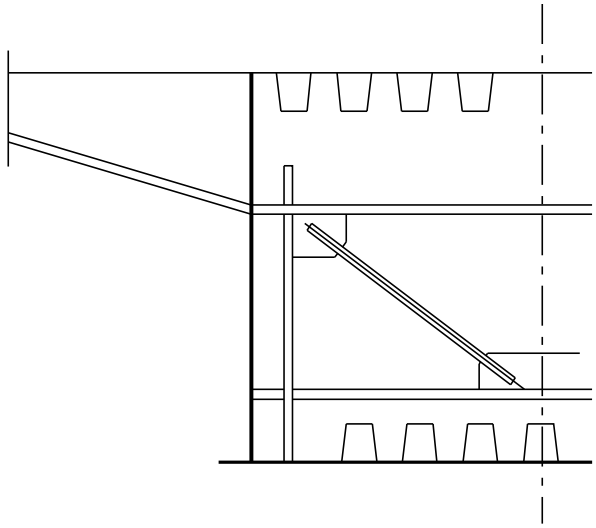


Figura 4 Sección transversal arriostrada de una losa ortotrópica de viga cajón

- una gran viga cajón, para facilitar el trabajo de taller, con el ala superior formado por la losa de cubierta de hormigón (figura 1).

La viga cajón con cubierta ortotrópica está cerrada durante todas las fases del montaje (figura 4). Por otro lado, entre las almas de vigas cajón cuyo ala superior está formado por una losa de cubierta de hormigón se suele disponer un arriostramiento horizontal provisional, hasta que el hormigón se haya endurecido.

2. CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LAS VIGAS CAJÓN COMPARADAS CON LAS VIGAS ARMADAS

- El principal problema del diseño de una viga cajón es la estabilidad del ala comprimida rigidizada longitudinal y transversalmente; constituye un problema más complejo que el del alma de una viga armada sometida a flexión, aun cuando ésta posee una rigidización longitudinal.
- La teoría del campo de tensión, utilizada para la verificación de cortante, necesita ser corregida para poder tener en cuenta alas muy anchas.
- En los soportes, para transmitir las reacciones, se utilizan diafragmas especiales situados generalmente entre las almas (figura 5).

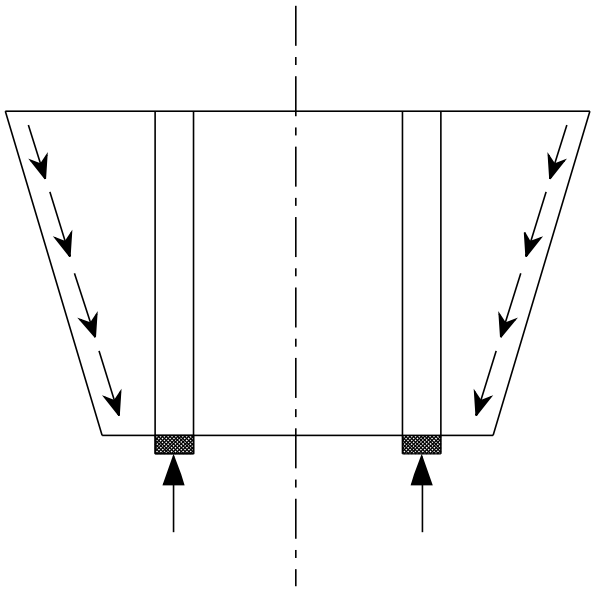


Figura 5 Transferencia de las reacciones a través de diafragmas en los apoyos

En el caso de vigas cajón estrechas, los rigidizadores portantes se pueden situar fuera del cajón para aumentar la estabilidad (figura 6).

Debe prestarse una especial atención a la deformación por cortante, la distorsión y las tensiones de alabeo.

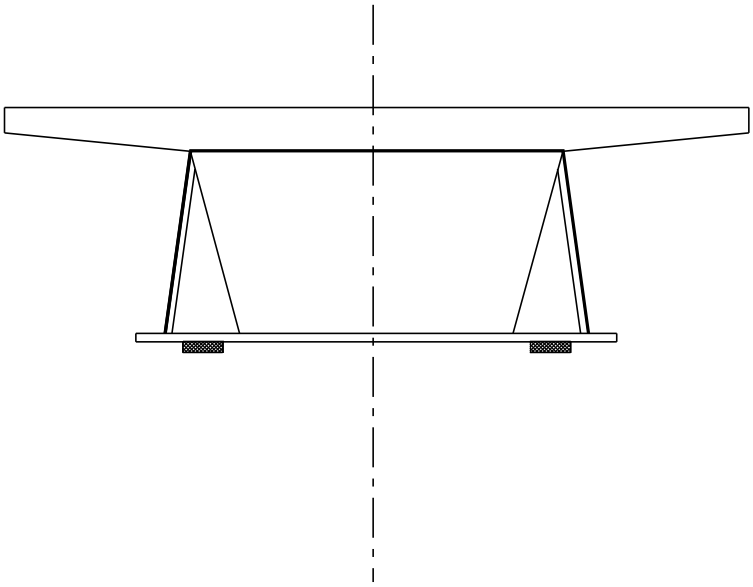


Figura 6 Situación de apoyos rigidizados en la parte exterior de viga cajón estrecha

3. ANÁLISIS GLOBAL

Dependiendo de las características de la estructura (tramos cortos o largos, presencia de curvatura horizontal, etc.) se pueden emplear diversos métodos de análisis, por lo general en el régimen elástico:

- teorías clásicas basadas en la resistencia de materiales: métodos de emparrillado para análisis global, y analogía de viga de alma llena sobre cimientos elásticos para las tensiones de torsión, distorsión y de alabeo;
- análisis de placa plegada;
- análisis de elementos finitos, en casos complejos.

Los efectos de la deformación por cizalladura, que no son tenidos en cuenta en el análisis global, han de serlo para verificar las tensiones en cabezas muy anchas, sobre todo en luces cortas. El cálculo se realiza por medio de una anchura eficaz, dependiente de la relación de la anchura respecto de la luz.

Los momentos de torsión en la viga cajón tienden a distorsionar la sección transversal. Para prevenir la distorsión son necesario diafragmas intermedios, separados a intervalos adecuados.

Las tensiones de alabeo son en general muy bajas, pero deben tenerse en cuenta.

La mayoría de los puentes de acero se han proyectado empleando la teoría lineal de pandeo (por ejemplo, los gráficos de Kloppel). Hoy se dispone de métodos más avanzados que deberán utilizarse en el futuro; dos de ellos, el método de barra y el ortotrópico, se tratan en próximas lecciones.

4. DISEÑO DE RIGIDIZADORES

El diseño de los rigidizadores se puede hacer mediante la teoría de pandeo lineal o mediante el método no lineal. Cuando se emplea la teoría no lineal, el pandeo torsional o local se evita limitando las relaciones b/t de la sección transversal conforme a la clase 3 o inferior.

Los rigidizadores transversales deben satisfacer dos criterios:

- rigidez
- resistencia; además de las fuerzas transversales directas, los rigidizadores transversales deben resistir una carga lateral del 0,5% al 1% de las fuerzas de compresión que actúan en el elemento rigidizado.

5. PANDEO DEL ALMA

- En lo que respecta a la flexión, el problema es el mismo que para las vigas armadas.

- Bajo esfuerzos cortantes la esbeltez de la placa del ala es normalmente tal, que resulta imposible anclar en la cabeza parte de la banda de tensión post-crítica. En estos casos es aconsejable limitar la resistencia prevista al cortante, a la resistencia al pandeo por cortante “solo del alma”, es decir $V_{bw.Rd}$ (ver lección 10.5.2), que es el valor dado por el método de campo de tensión suponiendo:

$$s_c = s_t = 0$$

6. TORSIÓN

La torsión produce un flujo de cizalladura en la sección en cajón. Cada elemento de las almas o de las alas está diseñado para resistir este flujo de cortante, generalmente utilizando la teoría de pandeo lineal.

Comportamiento post-crítico bajo torsión

La resistencia post-crítica la proporcionan unas bandas diagonales en tensión, dispuestas en alas y almas. La figura 7 ilustra el campo de tensión 1 y 1'; debido a la gran flexibilidad de los elementos horizontales, la anchura de esa banda es limitada si se compara con la del alma de una viga armada. Además, el equilibrio de una cierta longitud de viga cajón, entre dos diafragmas, requiere fuerzas de compresión (ver fuerza 2, figura 7) en los extremos de las vigas. Por eso es aconsejable no utilizar la reserva post-crítica.

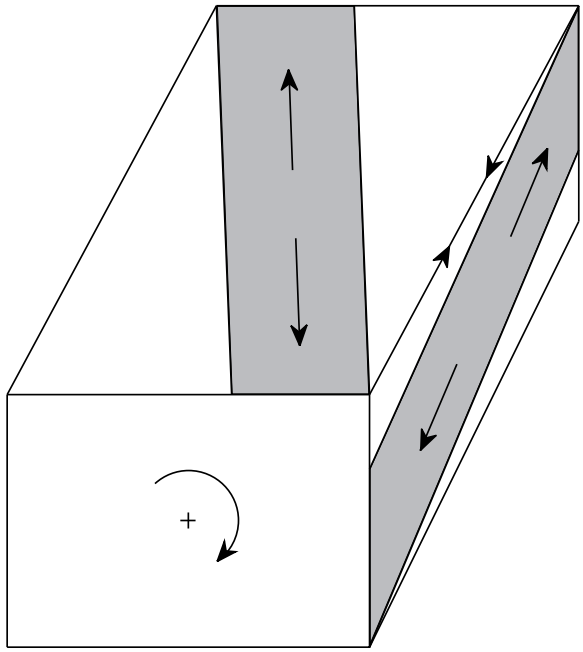


Figura 7 Bandas de tracción desarrolladas bajo torsión

7. DIAFRAGMAS

7.1 Función y descripción generales

Las principales funciones son:

- proteger la forma del cajón contra la distorsión;
- resistir un momento de torsión aplicado exteriormente mediante el flujo de cortante;
- limitar la longitud de los rigidizadores longitudinales comprimidos, o de los elementos no rigidizados.
- en determinadas ocasiones, soportar directamente cargas de tráfico (cubierta ortotrópica, por ejemplo).
- transmitir a los soportes las fuerzas verticales procedentes de las almas, mediante cortante y compresión.

Los principales tipos de diafragmas se ilustran en la figura 2 (diafragma con agujero de hombre), figura 3 (pórticos transversales no arriostrados) y figura 4 (pórtico transversal arriostrado).

7.2 Diafragmas intermedios

En el caso de grandes vigas cajón profundas, los diafragmas intermedios suelen ser pórticos transversales arriostrados o no arriostrados. Al calcular las tensiones en el anillo se tiene en cuenta una anchura eficaz de placa de ala y alma. Se presta una especial atención al diseño de las esquinas del pórtico transversal no arriostrado (que deben resistir los momentos de flexión en el plano del pórtico), y a posibles excentricidades cuando se trata de pórticos transversales arriostrados. Cuando el diafragma intermedio no soporta cargas de tráfico directamente, está en general sometido a tensiones ligeras.

7.3 Diafragmas de apoyo

Además de desempeñar las diferentes funciones de diafragmas intermedios, el principal objetivo de los diafragmas de apoyo es transformar las grandes fuerzas de apoyo en un flujo de cortante a lo largo del alma de la sección en cajón (figura 5).

Si un puente consiste en una sola viga cajón, generalmente existen dos apoyos en cada extremo. Debe prestarse una especial atención a cualquier asiento diferencial entre estos dos apoyos, debido a la elevada rigidez torsional inherente a la viga cajón. A veces pueden disponerse apoyos intermedios únicos, que también facilitan el flujo de tráfico bajo el puente.

En lo que respecta a grandes secciones en cajón, con grandes fuerzas de apoyo, para el diseño de los diafragmas de apoyo se recomienda la utilización de un programa de elementos finitos.

8. DETALLES

Las recomendaciones de detalle son en esencia las mismas se utilice la teoría de pandeo lineal o no lineal.

Recomendaciones generales

- Los rigidizadores longitudinales y transversales deben estar soldados a la placa. Sin embargo, con alas inferiores no demasiado anchas y sin carga transversal es aceptable una disposición de rigidizadores transversales sobre longitudinales (figura 11).

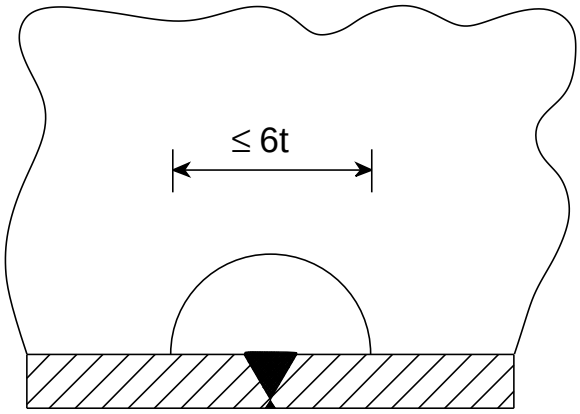


Figura 10 Preparación de bordes para soldadura longitudinal

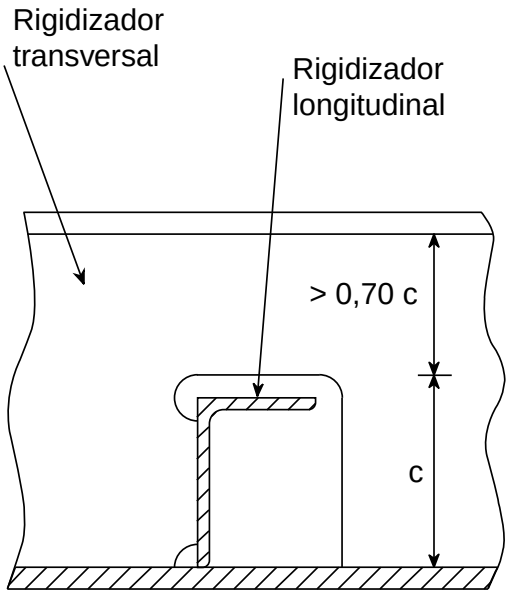


Figura 8 Paso de Rigidizadores longitudinales a través de la rigidización transversal

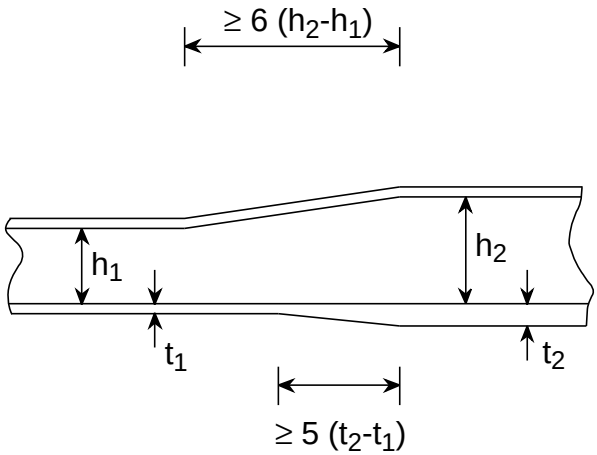


Figura 9 Transición lineal de rigidizador longitudinal

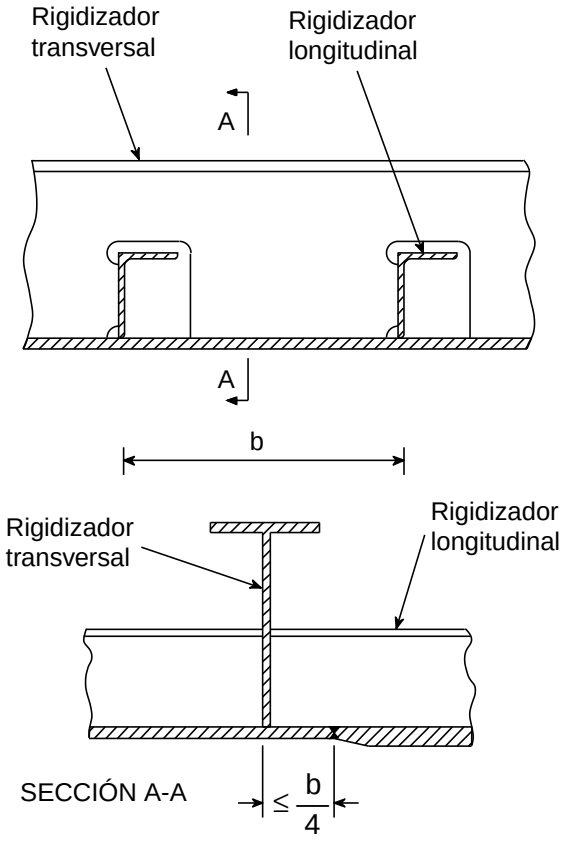


Figura 11 Rigidizador transversal soldado a chapa más delgada adyacente a soldadura a tope

- Por razones referidas a la fatiga y a la contracción, se recomienda que los rigidizadores longitudinales sean continuos y por ello pasen a través de las aberturas de los transversales. En ese caso dichas aberturas deben satisfacer la recomendación indicada en la figura 8.
- Los cambios de espesor de la placa y de altura del rigidizador deben ser progresivos (se recomienda una pendiente de 1/5 o 1/6), ver figura 9. El rigidizador longitudinal debe tener los extremos rebajados.
- Las muescas practicadas en los rigidizadores para facilitar la soldadura o controlar las soldaduras a tope en la placa, deben cumplir los requisitos de la figura 10.
- Cuando dos placas de diferente espesor se sueldan en una zona de compresión alineando sus caras, a la placa más delgada debe soldársele un rigidizador transversal según se indica en la figura 11 (b es la separación entre los rigidizadores longitudinales).

9. RESUMEN FINAL

1. Las vigas cajón se utilizan debido a su buena resistencia a la torsión, su buena forma aerodinámica y a su apariencia estética.
2. El diseño de diafragmas y el análisis de la estabilidad del ala comprimida exigen un cuidadoso estudio.
3. En el análisis global pueden aplicarse diferentes niveles de precisión; sin embargo, para la mayoría de objetivos resulta suficientemente exacto un método clásico de emparrillado.
4. Los rigidizadores transversales contribuyen a la transmisión de cargas y a prevenir la distorsión de la sección transversal.
5. No es aconsejable utilizar la reserva postcrítica bajo torsión.

10. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. Eurocode 3: Design of steel structures": European Prestandard, ENV 1993-1-1: Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

2. Dubas, P. and Gehri, E., Behaviour and Design of Steel Plated Structures, Technical Committee 8 Group 8.3, ECCS-CECM-EKS No 44, 1986.

3. Johnson, R. P. and Buckby, R. J., Composite Structures of Steel and Concrete, Volume 2: Bridges, Collins, London, 1986.

4. British Standard 5400: Part 3: Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 3: Code of Practice for Design of Steel Bridges, British Standards Institution, 1982.

5. Kollbrunner, C. F. and Basler, K.: Torsion, Spes/Bordas Lausanne/Paris, 1955.

6. Stahlbau Handbuch: Stahlbau Handbuck für Studium und Praxis, Band I, Stahbau Verlag, Köln, 1982.

7. Dalton, D. C. and Richmond, B., Twisting of Thin Walled Box Girders, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, January 1968.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.5.2: Métodos Avanzados para Puentes de Vigas Cajón

OBJETIVOS/CONTENIDO

Presentar métodos de análisis global, métodos para determinar la distorsión de la sección transversal, y la deformación por cortante en puentes de vigas cajón.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Ninguno.

LECCIONES AFINES

Lección 10.5.1: Diseño de Vigas Cajón

RESUMEN

El análisis global puede realizarse mediante los métodos de emparrillado, placa ortotrópica, placa plegada y elementos finitos.

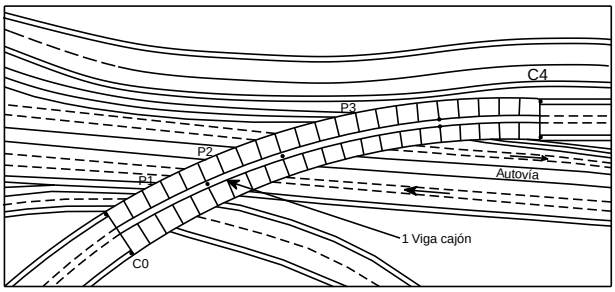
Quizá se haya de controlar la distorsión del cajón mediante diafragmas o pórticos transversales. Para el cálculo de fuerzas en estos elementos existen métodos simples y refinados.

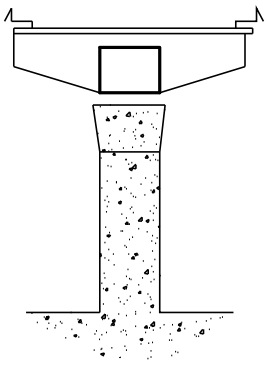
En alas muy anchas deben tenerse en cuenta los efectos de la deformación por cortante.

1. INTRODUCCIÓN

Las vigas cajón de acero, o compuestas de acero y hormigón, suelen ser más caras que las vigas armadas, ya que requieren un mayor tiempo de trabajo de taller. Sin embargo, poseen sobre las vigas armadas diversas ventajas que hacen que su uso sea atractivo:

- una rigidez muy elevada a la torsión: en vigas cajón cerradas son principalmente tensiones tangenciales de Saint Venant las que resisten el momento de torsión, pues la rigidez a la torsión de Saint Venant suele ser mucho mayor que la rigidez de alabeo por torsión. En el caso de tramos muy curvados, esta rigidez de las vigas cajón resulta casi esencial durante su construcción, al igual que bajo cargas de servicio. Los cajones metálicos cerrados por arriba permiten incluso la rigidez a la torsión durante su montaje, sin necesidad de un costoso arriostramiento provisional que interferiría en la ejecución de la losa de hormigón;





Los puentes de viga cajón son más económicos y tienen mejor estética que los de vigas armadas y se evitan los apoyos oblicuos

Figura 2 Puente de viga cajón

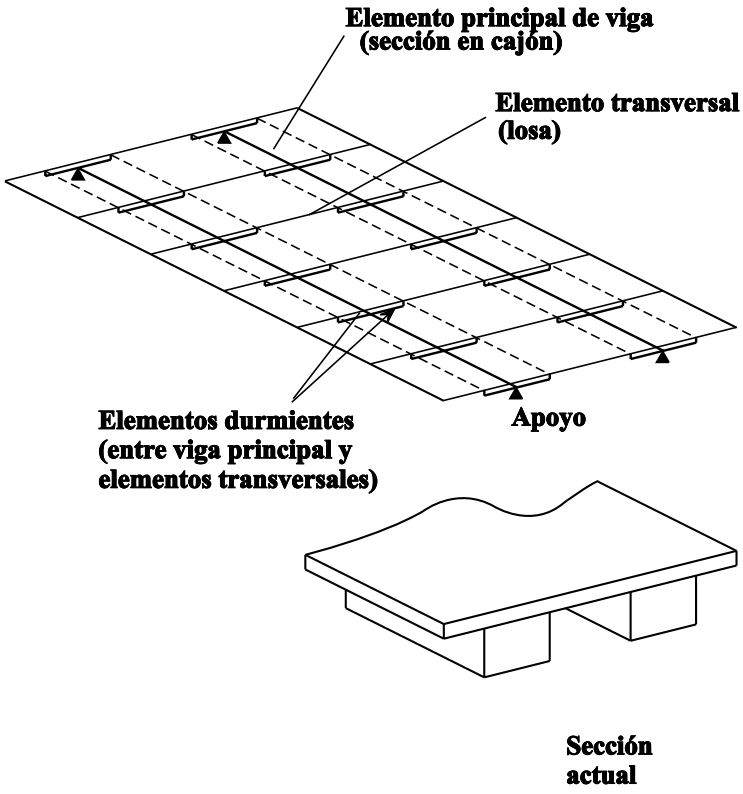


Figura 1 Modelo de emparrillado para un puente de dos vigas cajón

- unas alas muy anchas permiten una gran relación de luz respecto de la altura;
- su apariencia es más agradable, pues la rigidización puede quedar oculta en el cajón;
- una forma aerodinámica muy buena, que en grandes puentes colgantes o de cables inclinados reviste igual importancia que la rigidez a la torsión;
- una muy buena adaptabilidad a las condiciones más difíciles. Las vigas cajón son capaces de cruzar mayores tramos de torsión que de flexión, utilizando pilas con un solo apoyo como se muestra en las figuras 1 y 2.

2. MÉTODOS DE ANÁLISIS GLOBAL

A continuación se exponen los principales métodos utilizados para el análisis global de puentes de vigas cajón, y su aplicabilidad a los diversos tipos de puentes de acero o compuestos de acero y hormigón.

La mayoría de tableros de puente compuestos se encuentran en uno u otro de dos grupos.

La teoría de viga de alma llena se puede aplicar a los puentes del primer grupo, que pueden idealizarse como un emparrillado o una placa ortotrópica. Los puentes de este primer grupo incluyen los tipos de viga de alma llena y losa y los de multi-cajones separados, y son los más fáciles de analizar. Se supone en este caso que las vigas cajón están lo suficientemente rigidizadas como para permanecer indeformables. Con una carga uniforme, la teoría elemental de viga de alma llena ofrece resultados útiles, pero para cargas más complejas es necesario un análisis de distribución mediante un método de emparrillado o de placa ortotrópica.

En el otro grupo se encuentran los puentes en los que los elementos longitudinales consisten en un cajón con unas pocas almas internas, que son las que de hecho resisten únicamente el cortante vertical. En general, el impacto de la carga en estas estructuras se evalúa mejor dividiéndola en componentes de flexión, torsionales uniformes, torsionales de alabeo, distorsionales y locales. La teoría de Bredt y Leduc para secciones huecas de paredes delgadas ofrece las tensiones tangenciales primarias debidas a la torsión. Timoshenko y Vlassov han demostrado la validez de esta hipótesis con la teoría de secciones de viga indeformables: la rigidez a la torsión de Saint Venant es mucho mayor que la rigidez torsional al alabeo.

Sin embargo, las tensiones tangenciales están acompañadas de tensiones longitudinales de alabeo torsionales y distorsionales. Las tensiones de alabeo distorsionales son consecuencia de la deformación por flexión de las paredes de la sección en el plano transversal. Suelen ser varias veces mayores que las tensiones de alabeo torsionales, y alcanzan sus valores máximos en los apoyos, en las secciones transversales sometidas a cargas puntuales excéntricas, y en las posiciones de los diafragmas que impiden la deformación de la sección de viga.

3. EMPARRILLADO

En el análisis de emparrillado, la estructura se representa mediante un emparrillado plano de vigas de alma llena separadas pero interconectadas. En planta es posible casi cualquier disposición. De este modo se pueden analizar tableros esviados, curvados, rebajados o irregulares. El plan de conjunto habitual consiste en grupos de vigas de alma llena paralelas en dos direcciones. Más adelante se expone este plan de conjunto, suponiendo un plano horizontal del emparrillado.

Este método no permite estudiar las tensiones de alabeo ni la deformación por cortante. Los efectos locales sobre tableros y losas solo pueden estudiarse con un emparrillado utilizando una densa red de vigas de alma llena.

En una forma simple de análisis de emparrillado, a cada viga de alma llena se le asigna una rigidez a la torsión y una rigidez a la flexión en plano vertical. Las cargas verticales se aplican solamente en las intersecciones de las vigas. El método de análisis de rigidez de la matriz se aplica mediante un software de ordenador ya existente, para hallar las rotaciones en torno a dos ejes horizontales y el desplazamiento vertical en estos nudos. A partir de aquí se hallan los momentos de flexión y de torsión, así como los esfuerzos cortantes verticales que actúan sobre las vigas en cada intersección.

3.1 Selección del emparrillado

La selección de un ideal apropiado para una estructura continua debe ser cuidadosa, como ha de serlo la deducción de la tensión resultante en esa estructura partiendo de los resultados del análisis de emparrillado. Las conclusiones principales que atañen al diseño de estructuras compuestas son las siguientes:

- el análisis de emparrillado no es el método más adecuado para un tablero simple de viga de alma llena y losa;
- cada alma longitudinal debe estar representada por una viga de alma llena de emparrillado (de manera que un cajón simple se convierte en dos vigas de alma llena). La alternativa sería emplear una única viga de alma llena en el eje del cajón para representarlo, y disponer extensiones muy rígidas a cada lado de la viga de alma llena longitudinal allí donde exista una viga de alma llena transversal con una longitud total igual a la anchura del cajón: con este segundo método es más fácil hacer un modelo de los efectos globales sobre la estructura;
- todo diafragma o pórtico transversal debe estar representado por una viga de alma llena transversal. Si no hay ninguna dentro del tramo, o si su separación sobrepasa la separación media de las vigas de alma llena longitudinales en más del 50%, deben añadirse vigas de alma llena transversales adicionales que representen solo a la losa, debiendo ser como mínimo nueve en total dentro de cada tramo;
- los elementos transversales del emparrillado deben extenderse hasta el extremo de la losa real y sus extremos unirse a las vigas de alma llena longitudinales del emparrillado, aun cuando la losa real no posea ninguna rigidización extrema importante.

3.2 Puentes esviados

Si es posible, en el plan de diseño de la carretera deben evitarse los puentes esviados, sobre todo si la elección de una sección de viga cajón ocasiona una elevada rigidez a la torsión.

En los puentes esviados, los travesaños del emparrillado deben ser paralelos a los elementos transversales reales, si los hay. La rigidez y situación de los apoyos reales deben modelarse de manera exacta en el emparrillado. Los elementos transversales se pueden sesgar, de manera ventajosa, con esviajes de hasta unos 20°, pero para esviajes elevados deben ser ortogonales. En tableros sin elementos transversales se prefiere un emparrillado esviado para esviajes de hasta unos 30°, ya

que la preparación de datos de entrada para un emparrillado ortogonal es más compleja. En el caso de tableros muy esviados, los elementos transversales, si los hay, y las vigas de alma llena del emparrillado deben ser ortogonales, para evitar los elevados momentos de torsión inherentes a los planes de conjunto. Los refuerzos transversales de la losa deben ser paralelos a las vigas de alma llena transversales del emparrillado.

3.3 Efectos locales sobre los tableros

Si el objetivo es elaborar el modelo de los efectos locales de la flexión y el cortante sobre las losas de tablero, la losa de hormigón de un puente compuesto debe estar representada por una densa red de elementos. La distancia entre dos elementos paralelos del emparrillado debe ser de 0,50 m. Para un análisis de emparrillado plano, la rigidez a la torsión de esa faja de hormigón no debe ser, por ejemplo, b.t3/3, sino que debe reducirse a solo b.t3/6, donde b es la anchura de 0,50 m y t el espesor del tablero. Esta reducción se debe al hecho de que alrededor del perímetro de la sección transversal de la faja no corre ningún flujo de tensiones tangenciales de Saint Venant. Solo deben aplicarse cargas locales verticales en los nudos de intersección de las vigas de alma llena.

Para modelar las cargas equivalentes, aproximadamente la mitad de la carga local se puede distribuir por los ocho nudos próximos para obtener resultados correctos, incluso cerca del punto sometido a la carga.

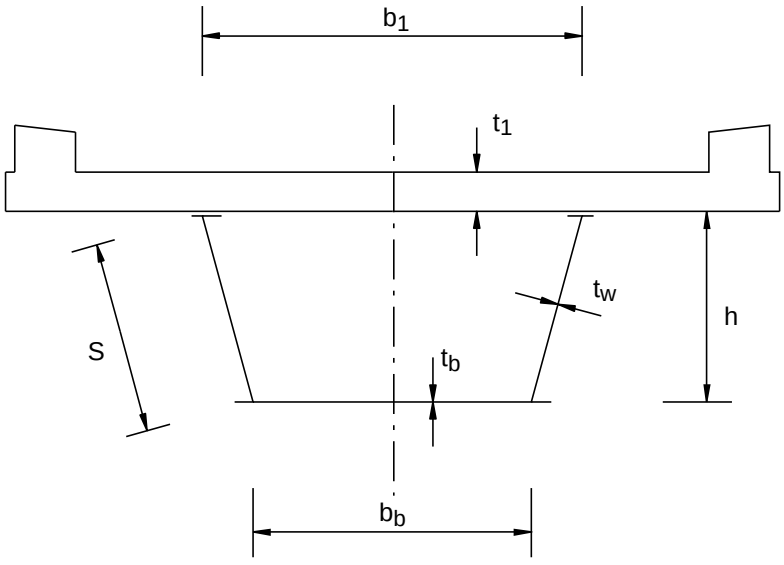


Figura 3 Puente de viga cajón con tablero mixto

3.4 Rigidez de los elementos del emparrillado a la torsión y a la flexión

En relación con las vigas cajón compuestas de acero y hormigón, las zonas de hormigón estructural se transforman en acero sobre una base modular. Para la flexión se utiliza la relación modular de Young, mientras que para la torsión se emplea la relación G acero / G hormigón debido a cargas de tráfico provisionales.

En un puente de vigas cajón compuesto, con un tablero superior de hormigón (figura 3), la rigidez total a la torsión K es, por ejemplo:

$$K = \frac{4A^2}{\oint \frac{G_i}{G} \cdot \frac{ds}{t}} = \frac{h^2 \cdot (b_b + b_t)^2}{2 \cdot \frac{s}{t_w} + \frac{b_b}{t_b} + n \cdot \frac{b_t}{t_t}}$$

donde n = G acero / G hormigón = 5

En el análisis global, la deformación por cortante puede normalmente no tenerse en cuenta.

En zonas donde la losa de hormigón se halla bajo compresión, la rigidez a la flexión es estrictamente la de la sección armada no fisurada. Incluso allí donde el hormigón se ha fisurado bajo una carga de tráfico, su rigidez permanece. Por eso en el análisis global suele suponerse, para el cálculo de la rigidez de las vigas de alma llena, que todo el hormigón está sin fisurar y sin armar.

3.5 Elementos longitudinales del emparrillado

La rigidez a la flexión de los elementos longitudinales depende de la anchura de losa de hormigón que se supone asociada a cada alma de acero. En el tablero representado en la figura 4, la división arbitraria del mismo a medio camino entre las almas haría que el eje neutro del alma de viga EH estuviera más elevado que el de la viga de alma FG. Un análisis más riguroso de los tableros de hormigón demuestra que los ejes neutros de todos los elementos longitudinales están casi al mismo nivel en toda la anchura del tablero. Ese análisis sugiere también que la anchura de tablero asignada al alma EH y FG deberían ser casi iguales, como muestran las líneas A, B y C. Esto a su vez sugiere que la posición transversal de los cajones de acero bajo la losa puede en este caso mejorarse.

3.6 Interpretación del resultado de un análisis de emparrillado

Un resultado típico ofrece las reacciones externas en cada apoyo; estos resultados deben siempre examinarse primero. El software informático suele también dar valores de cortante vertical, momentos de flexión y momento de torsión correspondientes a cada elemento del emparrillado, a ambos lados de cada unión de éste. La deducción a partir de estos resultados de valores previstos para los elementos reales debe ser cuidadosa. Los valores a medio camino entre dos nudos adyacentes suelen ser más representativos que los valores reales.

En general, los momentos de flexión y de torsión presentan una discontinuidad en cada unión, figura 5. En un emparrillado ortogonal, todo cambio del momento de flexión es igual al cambio del momento de torsión en la unión del elemento que está en ángulo recto con respecto al analizado. De modo similar, el cambio del momento de torsión equivale al cambio del momento de flexión en el elemento perpendicular.

Si no se dispone directamente de los valores a medio camino entre dos nudos adyacentes, se puede tomar como momentos previstos de flexión y de torsión en cada unión la media de los valores a cada lado de ésta, en relación con el elemento analizado.

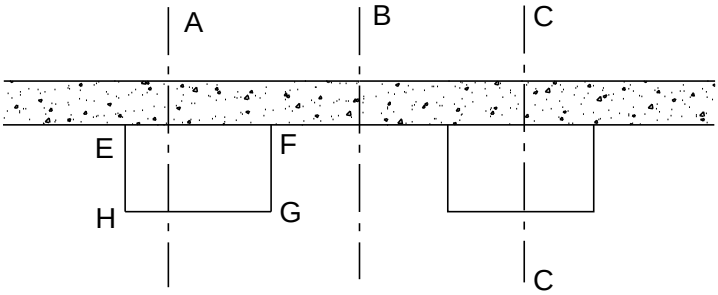


Figura 4 Interpretación de los resultados del análisis del emparrillado

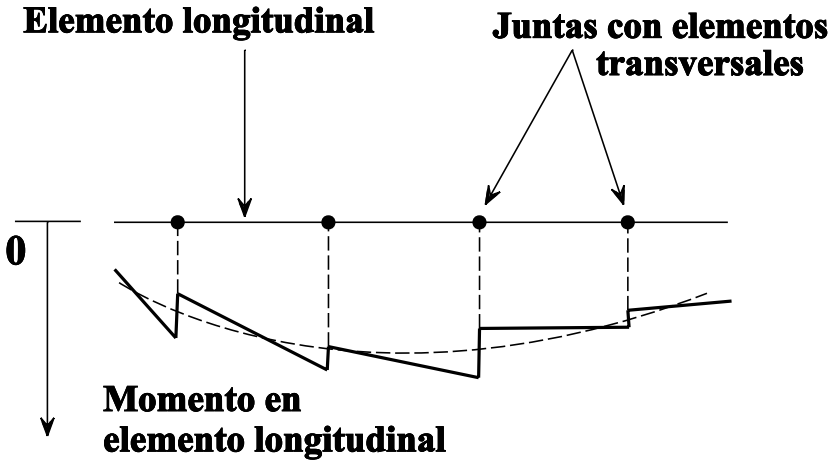


Figura 5 Momentos flectores típicos obtenidos del estudio del emparrillado

4. ANÁLISIS DE PLACA ORTOTRÓPICA

En el análisis de placa ortotrópica, la estructura de tablero se “suaviza” en su longitud y anchura y se trata como algo continuo.

Las propiedades elásticas de una placa ortotrópica vienen definidas por las dos rigideces a la flexión D_x y D_y y una rigidez de la placa a la torsión H. La ecuación que rige la relación de la flecha w respecto a la carga P de acción perpendicular al plano de la placa, es:

$$D_x \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + 2H \frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + D_y \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} = p(x, y)$$

Los gráficos de diseño para tableros que pueden idealizarse como placas ortotrópicas se han deducido de soluciones en serie. Ofrecen flechas y momentos longitudinales y transversales debidos a una carga puntual, y proporcionan así un método rápido para el análisis de distribución. Su aplicabilidad se limita a tableros de apoyo simple con un esviaje no superior a 20° y cuyas propiedades elásticas solo pueden representarse mediante longitud, anchura y las tres cantidades, D_x, D_y y H.

En estructuras compuestas se pueden utilizar para tableros de viga de alma llena y losa con no menos de cinco elementos longitudinales de diafragmas uniformes sobre los apoyos, dispuestos a distancias iguales.

A este método se le ha impuesto a menudo en la práctica el análisis de emparrillado.

5. ANÁLISIS DE PLACA PLEGADA

El método de placa plegada se limita normalmente a ensamblajes de placas rectangulares. No es aplicable a tableros esviados debido al acoplamiento de armónicos. Las placas ortotrópicas pueden extenderse varios tramos, pero deben tener apoyos simples en los extremos, con diafragmas rígidos sobre los apoyos extremos. La utilización de diafragmas de placa plegada para representar los pórticos transversales presenta la ventaja de que puede proporcionar una solución completa y precisa en mucho menos tiempo de ordenador del que se necesita para el método de elementos finitos, y de que puede aceptar una amplia variedad de tipos de carga y de condiciones de contorno de desplazamiento y de fuerza.

5.1 Análisis de placa plegada: viga de alma llena sobre cimientos elásticos

Si se supone que las deformaciones de la sección transversal de un puente de una sola viga cajón se concentran en las esquinas de ésta, existe una analogía entre el análisis de placa plegada y la teoría de viga de alma llena. Los pórticos transversales o los diafragmas transforman el efecto de cargas excéntricas en el efecto uniforme de las tensiones tangenciales de torsión de Saint Venant, mediante la resistencia a la distorsión resultante. Se convierten por tanto en los apoyos elásticos para una viga de alma llena que representa a la viga cajón. Esta simplificación ofrece un modo económico de procesar en el ordenador las fuerzas internas que actúan en los pórticos transversales de la viga cajón, al igual que las tensiones de alabeo por distorsión.

Para aplicar el mismo método a un puente doble de viga cajón celular con una sola alma interna, la distorsión debe dividirse en deformaciones simétricas y asimétricas. Para cajones con más almas internas, es posible dividir las deformaciones de la sección transversal en funciones de deformación de valor propio.

6. ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos se utiliza cada vez más en la ingeniería civil. Es el más versátil de los métodos de matriz de rigidez del análisis elástico y puede, en principio, estudiar soluciones para casi cualquier problema relacionado con el análisis global de un tablero de puente. El método de elementos finitos no solo se utiliza para el estudio de problemas estáticos, sino también para problemas dinámicos que afectan a la elasticidad y/o a la plasticidad. Este método permite el estudio de la deformación por cortante y el procesamiento informático de anchuras eficaces de ala. También resulta útil para el estudio de efectos locales sobre losas.

El inconveniente que presenta es su coste, sobre todo debido al tiempo de trabajo experto que exige para la elaboración del ideal de la estructura. Se requiere un conocimiento experto a la hora de seleccionar un patrón de elementos adecuado, determinar las condiciones límite correctas para los nudos de contorno a lo largo de los apoyos o de los ejes simétricos, e interpretar los resultados. La elección de elementos inadecuados puede resultar equívoca en zonas de gradiente de tensiones pronunciado, pues las condiciones de equilibrio estático no necesariamente se satisfacen. La selección del nivel de densidad de discretización, o del comportamiento del material, puede tener graves repercusiones en la exactitud de los resultados.

Otros problemas radican en que el método generalmente no está adaptado para calcular deformaciones y curvaturas de trabajo de taller.

La preparación manual de la entrada de datos al ordenador y la interpretación de resultados requieren tanto tiempo, que ahora se incorporan a los programas informáticos procedimientos para generar mallas y trazar trayectorias de momento o tensión principales. Los procedimientos de trazado de los resultados pueden llevar, peligrosamente, a subestimar los valores máximos de algunos efectos, al procesar valores medios no representativos.

Puesto que para utilizar este método es necesario un elevado nivel de enjuiciamiento y experiencia expertos, no habrá de tener una gran aplicación en el trabajo de proyecto rutinario y por ello no se estudia aquí con más profundidad.

7. DISTORSIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

La carga distorsional hace que la sección transversal del cajón cambie de forma, flexionando sus paredes en el plano transversal. Las tensiones asociadas de flexión y de cortante transversales suelen ser admisibles en las paredes relativamente gruesas de los cajones de hormigón. Sin embargo, en cajones de acero, o compuestos de acero y hormigón, pueden ser necesarios diafragmas o pórticos transversales para controlar la distorsión. También tienen lugar tensiones de alabeo distorsional longitudinales, cuyo tamaño relativo depende, en vigas de alma llena de acero o compuestas de acero y hormigón, de la separación de los pórticos transversales.

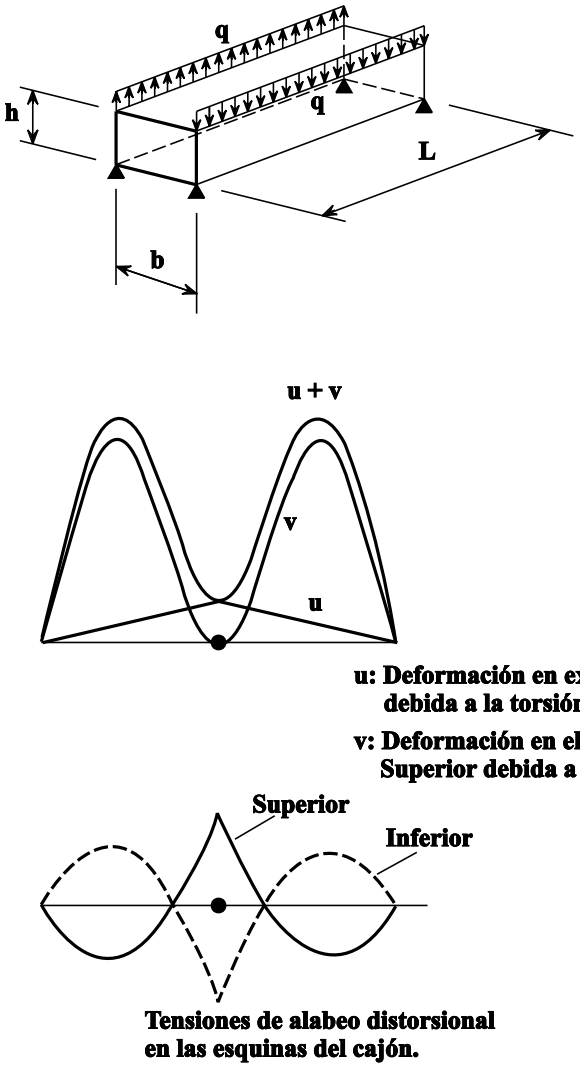


Figura 7 Influencia de la separación de diafragmas sobre un cajón simple

7.1 Cálculo de fuerzas en los diafragmas

Los pórticos transversales o los diafragmas transforman el efecto de cargas excéntricas en el efecto uniforme de las tensiones tangenciales de torsión de Saint Venant, mediante la resistencia a la distorsión resultante. De este modo, la rigidez de los pórticos transversales o de los diafragmas limita las deformaciones de la sección de viga en el plano transversal.

$$\Omega = (b_t + b_b)h = 2A$$

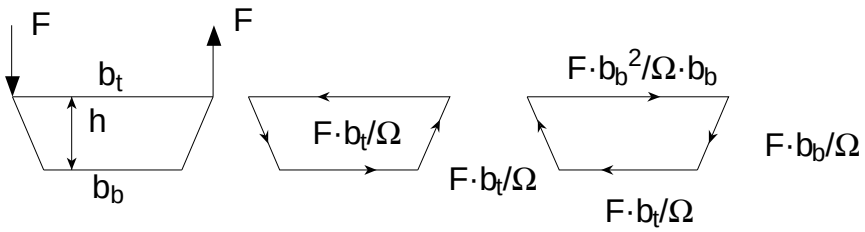


Figura 6 Evaluación de la fuerza de distorsión

Los efectos de la distorsión se combinan con la flexión y el cortante locales en las losas de tablero próximas a las cargas puntuales. El cálculo de tensiones locales de flexión en placas se simplifica mediante el uso de superficies de influencia. Las superficies de influencia referidas a placas de apoyo simple tienden a dar en vigas cajón tensiones de flexión elevadas, ya que no tienen en cuenta las condiciones reales de contorno del elemento placa.

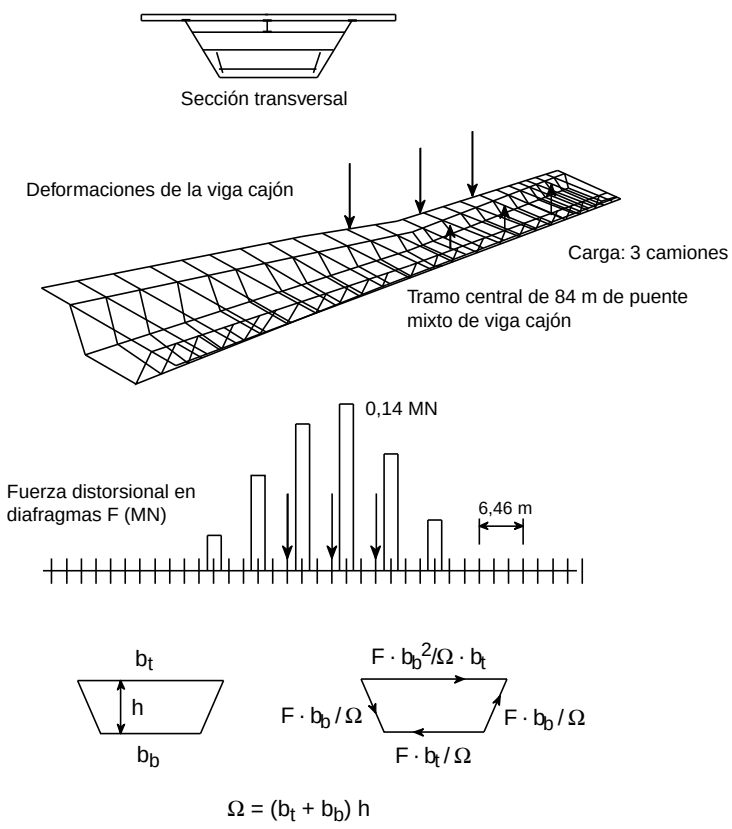


Figura 8 Distribución de las fuerzas distorsionales entre las secciones transversales de un puente

Método simple

El método utilizado a menudo en la práctica consiste en aislar un segmento del puente de vigas cajón, con una longitud igual a la distancia entre diafragmas o pórticos transversales adyacentes. En el centro de dicho segmento se sitúa un diafragma o un pórtico transversal. Todas las cargas externas aplicadas al segmento se suponen concentradas en el pórtico transversal. También se supone que el segmento intercambia, en sus dos extremos, tensiones tangenciales de torsión de Saint Venant uniformes, al igual que esfuerzos cortantes de flexión, con el resto del puente. Todas estas tensiones tangenciales se concentran también en el pórtico transversal.

Se calcula entonces el diafragma o pórtico transversal bajo el grupo equilibrado de acciones. Las dimensiones resultantes suelen ser económicas y aceptables.

Método refinado

A las fuerzas distorsionales debidas a las cargas aplicadas al segmento descrito anteriormente se enfrentan de hecho más de un único diafragma o pórtico transversal. Una forma de calcular la distribución de cargas distorsionales por los distintos diafragmas o pórticos transversales considerados como apoyos elásticos, es el análisis a modo de viga de alma llena sobre cimientos elásticos.

La figura 6 ilustra la fuerza distorsional que se reducirá en el método refinado. Para no complicar el ejemplo, la sección de viga de un cajón solo está sometida a la carga de dos fuerzas opuestas aplicadas a las esquinas superiores.

La figura 7 muestra un estudio paramétrico de la influencia de la separación entre diafragmas sobre un cajón simple.

La figura 8 representa la distribución de fuerzas distorsionales en los distintos pórticos transversales de un puente de cuatro tramos, en uno de los tramos principales de 80 m. Los resultados se obtuvieron de un análisis de placa plegada, empleando diafragmas para representar a los pórticos.

En la figura 9 se representan las tensiones de alabeo a lo largo del puente Cheviré. Este puente isostático es un solo tramo de 162 m de longitud sobre el río Loire. Se ha estudiado aquí la influencia de dos arriostramientos adicionales con el fin de demostrar la ineficacia de arriostramientos transversales adicionales.

7.2 Diafragmas sobre pilas

Los efectos locales de reacciones en los apoyos provocan estados complejos de tensión en los diafragmas de apoyo y concentraciones de tensiones en las almas adyacentes. El pórtico

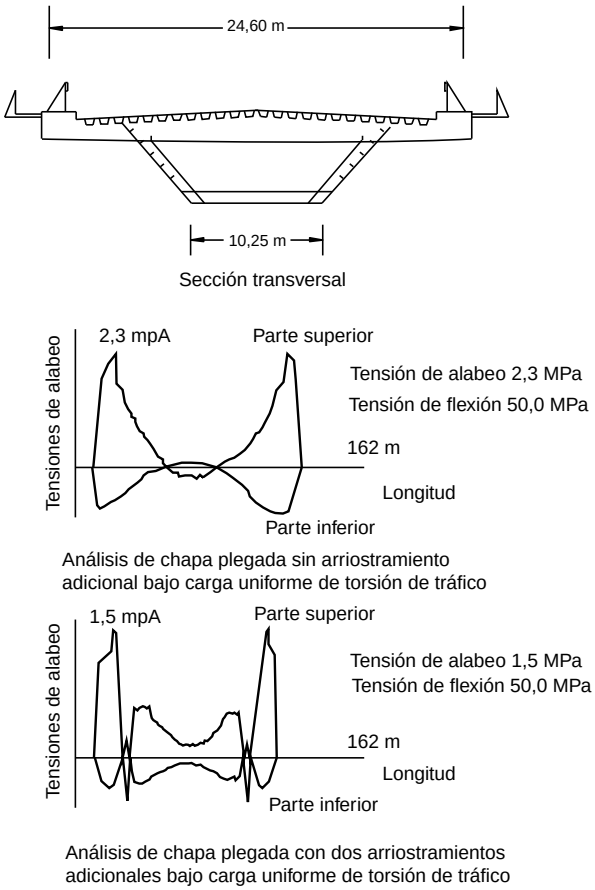


Figura 9 Puente de Cheviré

transversal suele ser un diafragma sobre pilas, con el objeto de obtener la mayor rigidez para resistir la distorsión. Si los apoyos sobre las pilas están por debajo del diafragma, debe tenerse cuidado de evitar problemas de dilatación debidos a la excentricidad longitudinal que tiene lugar en estos apoyos. La dilatación es un problema particular que se presenta con los diafragmas de acero y que sugiere que en esa situación, donde es fácil que se soporte un peso adicional, podrían usarse con más frecuencia elementos de hormigón o compuestos. Sin embargo, no es ésta la única consideración que ha de tenerse en cuenta al desarrollar el concepto de estos elementos. Además, durante su vida deben ser resistentes a la corrosión y permitir la inspección regular de las conexiones soldadas.

8. DEFORMACIÓN POR CORTANTE

En alas muy anchas los efectos de la deformación por cortante, que no se tienen en cuenta en el análisis global, han de tomarse en consideración para verificar las tensiones, sobre todo en relación con tramos cortos.

La deformación por cortante debe tenerse en cuenta cuando se verifican secciones y se calculan tensiones, pues con frecuencia hace que la tensión longitudinal en una intersección de ala y alma sobrepase la tensión media del ala en un 20%.

En cálculos basados en la teoría elemental de pandeo se puede utilizar una anchura eficaz de ala inferior a la anchura real. Esta anchura eficaz de ala depende de la relación de la anchura respecto del tramo.

En una viga de alma llena de apoyo simple, por ejemplo, la anchura eficaz Φ_e.b de la porción entre las almas es la que se indica en la tabla 1:

donde

b es la distancia entre las almas

L es el tramo de viga

$$\alpha = \frac{\text{área sección transversal rigidizadores de ala en anchura b}}{\text{área sección transversal chapa de ala en anchura b}}$$

Φ_e es la relación elástica de anchura eficaz.

b/L	Tramo medio		Cuarto de tramo		Apoyo	
	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,05	0,98	0,97	0,98	0,96	0,84	0,77
0,10	0,95	0,89	0,93	0,86	0,70	0,60
0,20	0,81	0,67	0,77	0,62	0,52	0,38
0,30	0,66	0,47	0,61	0,44	0,40	0,28
0,40	0,50	0,35	0,46	0,32	0,32	0,22
0,50	0,38	0,28	0,36	0,25	0,27	0,18
0,75	0,22	0,17	0,20	0,16	0,17	0,12
1,00	0,16	0,12	0,15	0,11	0,12	0,09

Tabla 1: Factor de anchura eficaz Φe para vigas de alma llena de apoyo simple

9. RESUMEN FINAL

Existen varios métodos de análisis global:

1. El análisis de emparrillado es el método usado con más frecuencia. Permite una idealización simple de la estructura y una interpretación segura del resultado.

   Es necesario prestar una atención especial a la elección del emparrillado, puentes esviados, efectos locales en tableros, rigidez a la torsión y a la flexión de los elementos de emparrillado, elementos de emparrillado longitudinales, y a la interpretación de los resultados.
2. El análisis de la losa ortótropa tiene aplicación limitada
3. El análisis de la chapa plegada se utiliza para estudiar el efecto de las deformaciones de las secciones en viga cajón
4. El análisis de elementos finitos se utiliza cada vez con más frecuencia. Es el método más versátil de los metodos de análisis elástico basados en la matriz de rigidez

Las causas de la distorsión de cargas en el cajón que, en cajon de acero y mixtos pueden tener que ser controlados mediante la utilización de diafragmas o arriostramientos transversales

Esfuerzos en diafragmas o arriostramientos transversales pueden calcularse mediante:

- métodos simples
- métodos sofisticados

Deben tenerse en cuenta los efectos de desfase de cortante en vigas con alas muy anchas

10. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. Eurocode 3: “Design of Steel Structures”, ENV 1993-1-1: Part 1.1, General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

2. Dubas, P. and Gehri, E., Behaviour and Design of Steel Plated Structures, Technical Committee 8 Group 8.3, ECCS-CECM-EKS, No 44, 1986.

3. Johnson, R. P. and Buckby, R. I., Composite Structures of Steel and Concrete, Volume 2: Bridges, Collins London, 1986.

4. British Standard 5400: Part 3: Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 3: Code of Practice for Design of Steel Bridges, British Standards Institution, 1982.

5. Kollbrunner, C. F. and Basler, K.: Torsion, Spes/Bordas, 1955.

6. Stahlbau Handbuch: Stahlbau Handbuck fur Studium und Praxis, Band I, Stahbau Verlag, Koln, 1982.

7. Dalton, D. C. and Richmond, B., Twisting of Thin Walled Box Girders, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, lanuary, 1968.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas

OBJETIVOS/CONTENIDO

Describir de un modo cualitativo las principales características de las estructuras de láminas y exponer brevemente los problemas típicos, como el pandeo, que van asociados a ellas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Ninguno.

LECCIONES AFINES

Lección 8.1:	Definición de Equilibrio Elástico Estable e Inestable
Lección 10.1:	Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas
Lección 10.4:	Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas
Lección 10.5.1:	Diseño de Vigas Cajón

RESUMEN

Las estructuras de láminas son estructuras de peso ligero muy atractivas, especialmente adecuadas para aplicaciones en edificios e industriales. Esta lección presenta una interpretación cualitativa de sus principales ventajas; expone asimismo las principales dificultades que conllevan, incluyendo su inusual comportamiento de pandeo, y esboza brevemente el método práctico de diseño adoptado en los códigos.

1. INTRODUCCIÓN

La estructura de láminas se encuentra típicamente en la naturaleza y en la arquitectura clásica [1]. Su eficacia se basa en su curvatura (única o doble), que permite una multiplicidad de trayectorias de tensión alternativas y proporciona la mejor forma para la transmisión de muchos tipos diferentes de carga. Con fines industriales se han utilizado diversos tipos diferentes de estructuras de láminas de acero; por ejemplo, pueden encontrarse láminas de una sola curvatura en depósitos de almacenamiento de petróleo, en la parte central de algunos recipientes a presión, en estructuras de almacenamiento tales como silos, en chimeneas industriales e incluso en estructuras pequeñas como postes de alumbrado (figuras 1a a 1e). La curvatura única hace posible un proceso de construcción muy sencillo y es muy eficaz en la resistencia a cierto tipo de cargas. En algunos casos es mejor utilizar la curvatura doble. Las láminas de doble curvatura se emplean para construir depósitos esféricos de gas, techos, vehículos, torres de refrigeración e incluso techos suspendidos (figuras 1f a 1i). Una parte importante del diseño es la transmisión de cargas a los cimientos. Debe recordarse que las láminas resisten con gran eficacia las cargas repartidas, pero plantean dificultades con cargas concentradas. Así, en general se prefiere un apoyo continuo. Si no es posible un lecho de cimentación, como el que se muestra en la figura 1a, puede utilizarse una estructura intermedia, como por ejemplo un anillo continuo (figura 1f), para repartir las cargas concentradas a los apoyos verticales. En ocasiones, razones arquitectónicas o planteamientos prácticos imponen el uso de apoyos discontinuos.

Como se ha mencionado anteriormente, el comportamiento en el plano de las láminas resiste muy bien las cargas repartidas debidas a la presión interna en depósitos de almacenamiento, recipientes a presión o silos (figuras 2a a 2c), o a una presión externa ocasionada por el viento, las corrientes marinas o las presiones hidrostáticas (figuras 2d y 2e). Por otro lado, las cargas concentradas introducen tensiones locales de flexión importantes que han de estudiarse con cuidado en el diseño. Estas cargas se pueden deber a los apoyos del recipiente (figura 1f) o, de forma alternativa en algunos casos, a unas cargas de impacto anormales (figura 2a). En los edificios de contención de centrales nucleares, por ejemplo, los códigos prácticos suelen exigir que se tenga en cuenta en el proyecto la posibilidad de impacto de misiles, o incluso algunas veces el producido por un accidente aéreo. En estos casos, el carácter dinámico de la carga aumenta el peligro de efectos concentrados. Un ejemplo

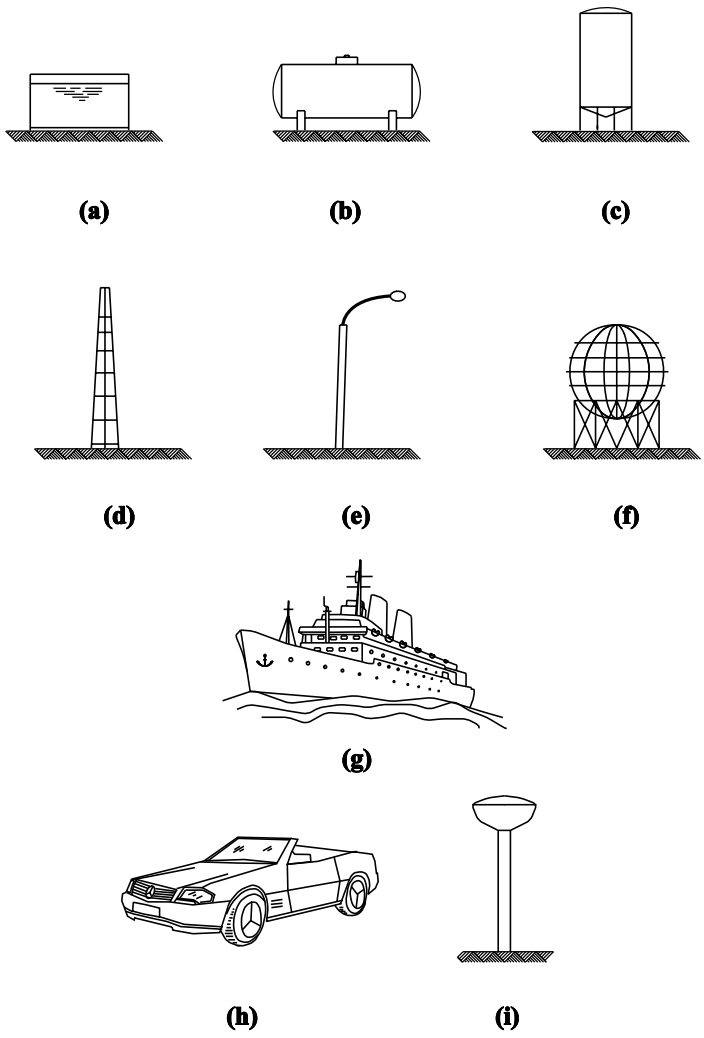


Figura 1 Diferentes aplicaciones de estructuras de láminas

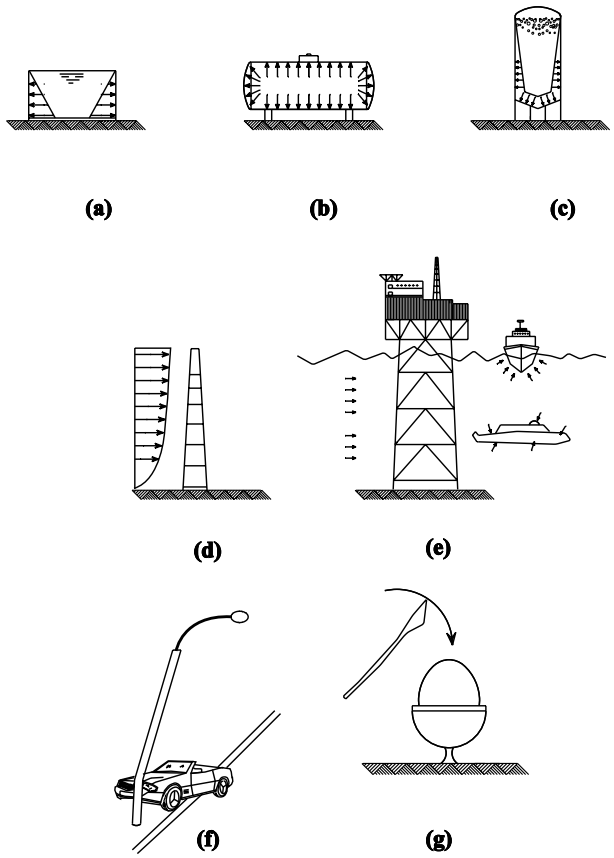


Figura 2 Tipos de cargas

cotidiano de la diferencia entre cargas repartidas y concentradas es la forma en que un huevo cocido se apoya sin problemas en la huevera, y el modo en que se rompe la cáscara por el golpe repentino de la cuchara (figura 2g). No hace falta decir que ante un problema real se han de tratar ambos tipos de carga, ya sea por separado o de forma combinada, con las diferencias conceptuales de comportamiento que están siempre presentes en la mente del proyectista.

A menudo es necesario aumentar la resistencia de las estructuras de láminas mediante un refuerzo local en determinadas zonas conflictivas. Una situación en la que puede requerirse ese refuerzo es en la transición de una superficie básica a otra; por ejemplo, las conexiones entre los extremos esféricos y el recipiente cilíndrico principal de la figura 1b; o el paso del cilindro al cono de descarga del silo de la figura 1c. En estos casos tiene lugar una discontinuidad en la dirección de fuerzas en el plano (figura 3a), que suele exigir algún tipo de anillo de refuerzo para reducir los momentos de flexión concentrados que se producen en esa zona.

Las estructuras de contención necesitan además perforaciones que permitan introducir o extraer del depósito (figura 3c) el producto almacenado (petróleo, cemento, grano, etc.). El mismo problema se plantea en los postes de alumbrado (figura 3c), en cuya parte inferior se acostumbra a disponer una abertura para facilitar el acceso a la instalación eléctrica. En estos casos se ha de añadir un refuerzo especial para evitar el pandeo local y reducir al mínimo las perturbaciones de la distribución general de cargas.

También se requiere a menudo el refuerzo local en las conexiones entre estructuras de láminas, como suele ocurrir en instalaciones

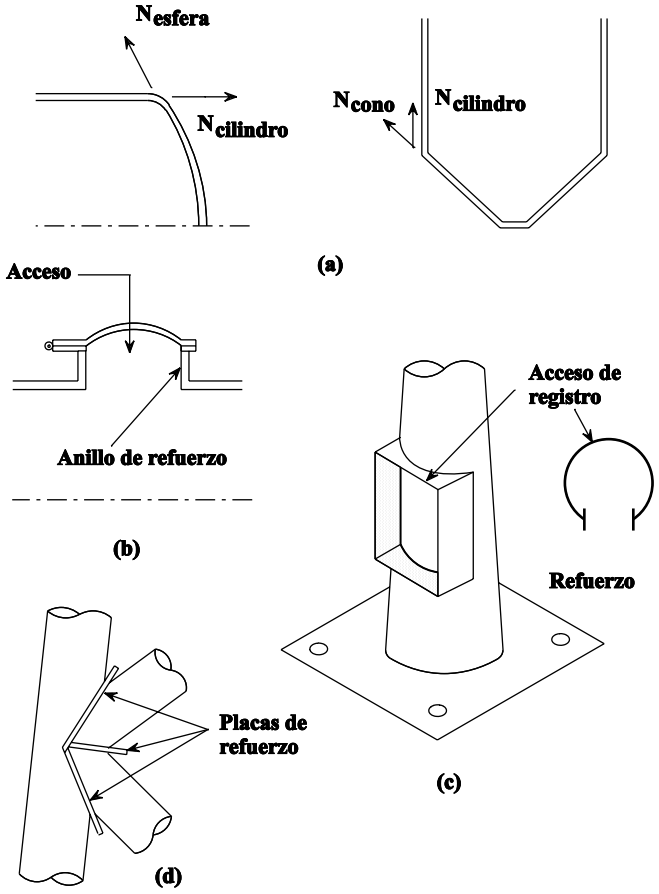


Figura 3 Discontinuidades en el comportamiento de las láminas de acero

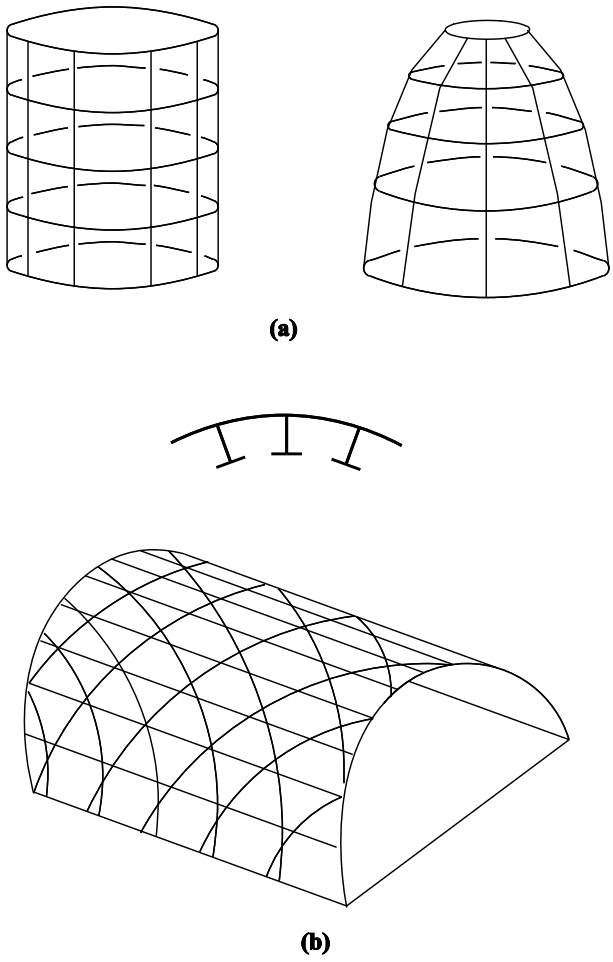


Figura 4 Rigidización de láminas

generales de tuberías y en la industria de plataformas petrolíferas. Se utilizan aquí placas de refuerzo adicionales (figura 3d) que ayudan a resistir las elevadas tensiones producidas en las conexiones.

Frente al refuerzo local, el refuerzo global se emplea generalmente para mejorar el comportamiento conjunto de las láminas. Merced al modo eficaz en que estas estructuras soportan las cargas, es posible reducir el espesor de pared a valores relativamente bajos; las relaciones del diámetro de la lámina con respecto a su espesor presentan valores altos, lo que hace que pueda aumentar la posibilidad de configuraciones inestables. Para mejorar la resistencia al pandeo, la lámina suele reforzarse con un grupo de rigidizadores.

En láminas asimétricas, la posición obvia de los rigidizadores es a lo largo de meridianos y líneas paralelas escogidos, creando así una auténtica malla que refuerza la simple estructura de lámina (figura 4a). En otras ocasiones, los rigidizadores longitudinales y anulares se sustituyen por un complicado entramado (figura 4b) que proporciona una estructura estéticamente agradable, así como mejoras mecánicas en el comportamiento global de las láminas.

2. POSIBLES MODOS DE COMPORTAMIENTO

Existen dos mecanismos principales mediante los cuales una lámina soporta las cargas. Por un lado, la estructura puede reaccionar solo con fuerzas en el plano, en cuyo caso se dice que actúa como una membrana. Es esta una situación deseable especialmente si la tensión es traccional (figura 5a), ya que puede utilizarse el material hasta su máxima resistencia. En la práctica, sin embargo, las estructuras reales tienen zonas en las que no es posible un equilibrio o compatibilidad de desplazamientos y deformaciones sin introducir la flexión. Por ejemplo, la figura 5b muestra una carga de acción perpendicular a la lámina que no pueden resistir por sí solas las fuerzas en el plano y que exige establecer momentos de flexión, inducidos por flechas transversales, para obtener un equilibrio. Sin embargo, la figura 5c muestra cómo las fuerzas de membrana solo pueden utilizarse para soportar una carga concentrada si se introduce una esquina en la lámina.

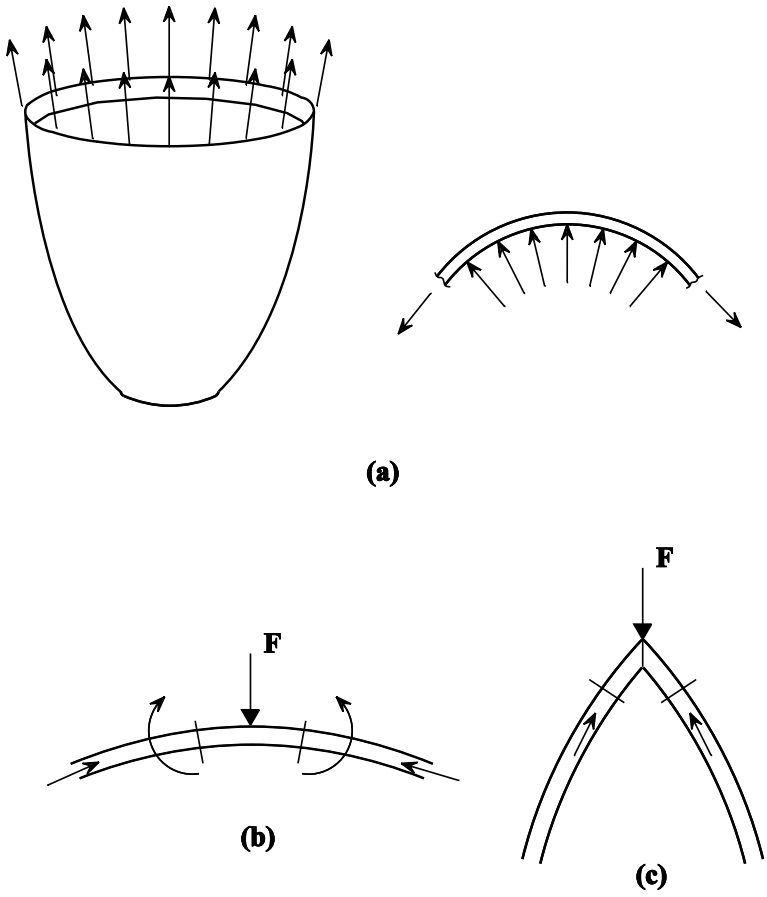


Figura 5 Membrana y comportamiento a flexión

También merece la pena distinguir entre comportamiento global y local, pues a veces se puede considerar que la lámina actúa globalmente como una barra. Un ejemplo evidente se representa en la figura 6a, en la que el poste de alumbrado tubular está sometido a la carga del viento y de su propio peso. La sección AB está sometida a esfuerzos axiales y tangenciales, además de a la flexión y la torsión, pudiendo hacerse una aproximación muy precisa del comportamiento global mediante el modelo de barra. Lo mismo se aplica en la figura 6b, en la que un artefacto flotante rígido de plataforma petrolífera, sometido a varias condiciones de carga, puede modelarse como viga de celosía en voladizo. Además, el comportamiento bajo cargas verticales de cierto tipo de techos abovedados en los que el apoyo actúa en los extremos, es similar al de una viga de alma llena. En la figura 6c se comparan los aspectos isostáticos correspondientes a una bóveda cilíndrica y a una viga de alma llena de apoyo simple, con el fin de evaluar el comportamiento global de la lámina.

Sin embargo, el comportamiento local es a menudo crítico para determinar la adecuación de la estructura. El abollamiento de cúpulas (figura 7a), o el desarrollo de los llamados patrones de Yoshimura (figura 7b) en cilindros comprimidos son fenómenos relacionados con el pandeo local que introducen un nuevo nivel de complejidad en el estudio de las láminas. Ha de tenerse en cuenta el comportamiento no lineal, derivado tanto de grandes desplazamientos como del comportamiento plástico del material. Algunas extensiones de la teoría de línea de fluencia pueden emplearse para analizar diferentes modos posibles de fallo.

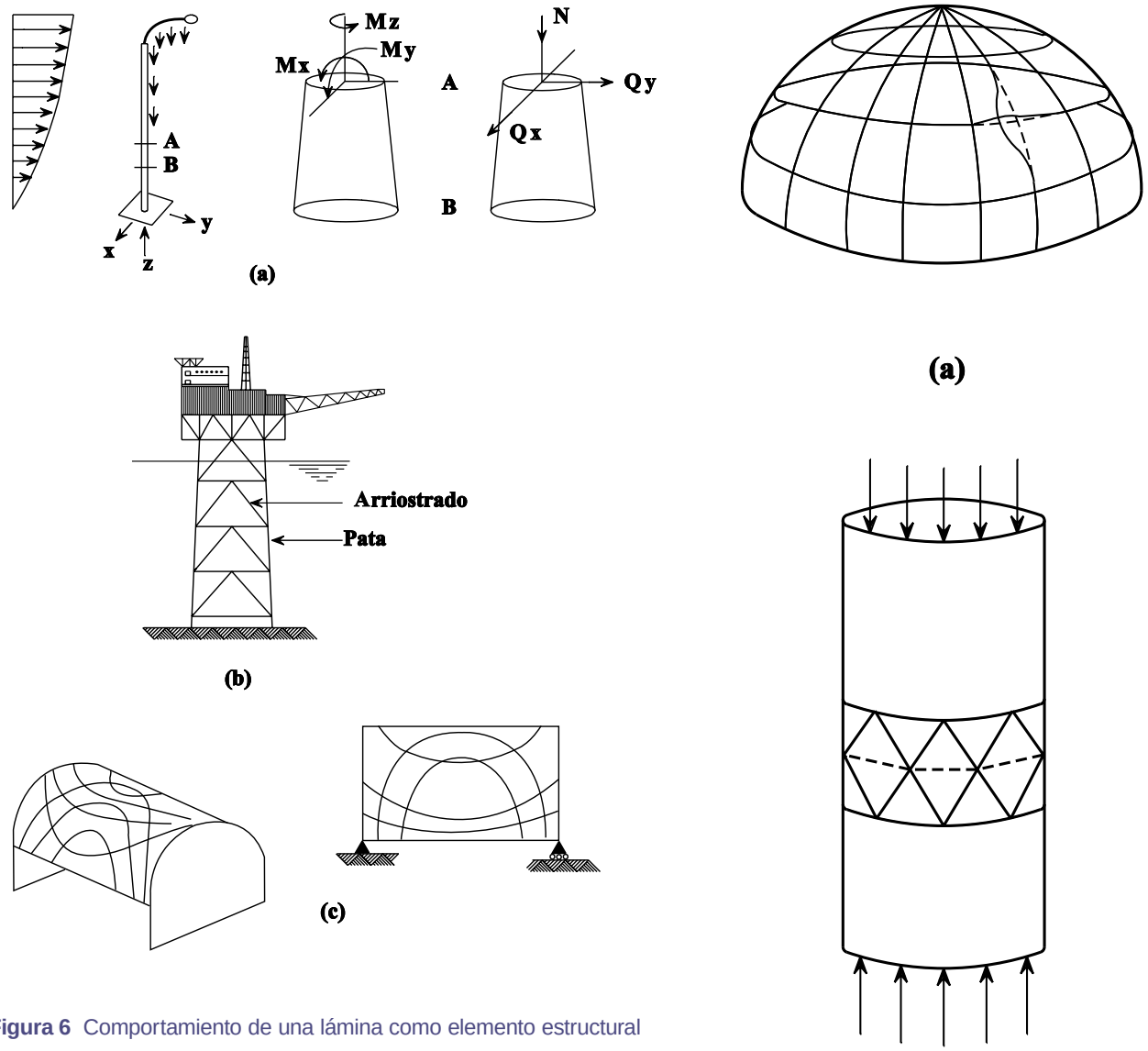


Figura 6 Comportamiento de una lámina como elemento estructural

Para establecer una comparación con el comportamiento de vigas armadas, puede decirse que la acción global de las estructuras de láminas aprovecha la capacidad de la superficie para difundir las cargas, y que los rigidizadores contribuyen a evitar el pandeo subdividiendo la superficie en células, con una menor relación del tramo respecto al espesor. Así pues, un cilindro con rigidización longitudinal se comporta como un sistema de barra y placa. En el aspecto fenomenológico es similar a una placa reforzada. Por otro lado, los rigidizadores transversales se comportan más bien de la misma manera que lo hacen los diafragmas en una viga cajón, es decir, contribuyen a repartir las cargas externas y a mantener la forma inicial de la sección transversal, evitando las distorsiones que terminan por conducir a inestabilidades locales. Como en las vigas cajón, deben adoptarse precauciones especiales en relación con los diafragmas que transmiten reacciones de apoyo; en las láminas, la transmisión de reacciones se realiza a través de asientos que dan lugar a una carga repartida.

Figura 7 (a) Abollamiento de cúpulas
(b) Desarrollo de los patrones de Yoshimura en cilindros comprimidos

3. IMPORTANCIA DE LAS IMPERFECCIONES

Como se ha explicado en anteriores lecciones, los límites teóricos de bifurcación de equilibrio que pueden alcanzarse mediante métodos matemáticos, constituyen límites superiores del comportamiento de estructuras reales; en el momento en que existe un desplazamiento o imperfección de forma inicial, la curva se suaviza [2]. Las figuras 8a y 8b muestran la relación carga-desplazamiento prevista para una barra y una placa, respectivamente; la línea discontinua OA representa el comportamiento lineal que cambia repentinamente en el punto de bifurcación B (línea continua). La placa presenta una rigidez suplementaria merced al efecto de membrana. Las líneas discontinuas representan el comportamiento cuando se incluyen imperfecciones en el análisis.

Como puede apreciarse en la figura 8c, el comportamiento posterior al pandeo de un cilindro es completamente diferente. Tras la bifurcación, el punto que representa el estado de equilibrio puede recorrer la trayectoria secundaria BDC. A continuación de B, la situación depende en gran medida de las características del ensayo, es decir, de si se controla la fuerza o el desplazamiento. En el primer caso, una vez se ha alcanzado la carga de pandeo tiene lugar un cambio brusco del punto B al punto F (figura 8c), un fenómeno de ruptura repentina ("snap-through") en el que la lámina pasa bruscamente de una configuración de pandeo a otra.

La línea discontinua representa el comportamiento de una lámina imperfecta real. En comparación a la lámina perfecta teórica, es evidente que en la estructura real no se produce una bifurcación real del equilibrio, y que las líneas discontinuas se aproximan a la línea continua a medida que disminuye la magnitud de la imperfección. Aunque la cresta elevada B es muy aguda, el punto límite G o H (pertinente para distintos valores de imperfección) se refiere a una carga mucho menor que la carga de bifurcación teórica.

La diferencia de comportamiento en comparación a las barras y placas puede explicarse examinando el patrón de pandeo local conforme aumenta la carga. Al principio, el pandeo se inicia en imperfecciones locales con la formación de ondas externas e internas (figura 9a); estas últimas representan un aplanamiento de la curvatura original, más que un cambio en su dirección, y establecen fuerzas compresivas de membrana que, junto con las fuerzas traccionales de membrana establecidas por las ondas externas, tienden a resistir el efecto de pandeo. En fases más avanzadas, según aumenta el tamaño de

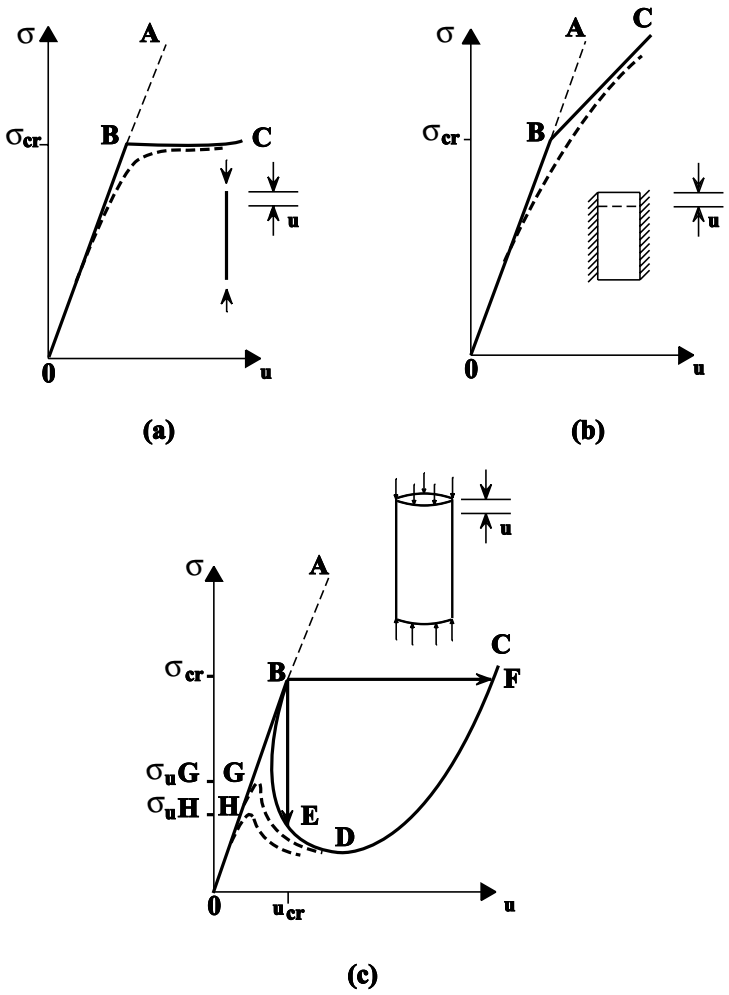


Figura 8 Comparación de comportamiento a pandeo de barras, placas y láminas

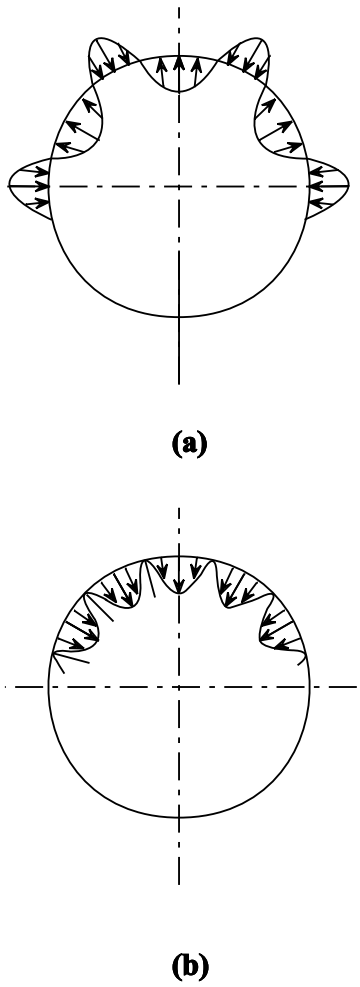


Figura 9 Influencia del pandeo local en el comportamiento global a cilindros comprimidos

estas ondas hacia dentro, la curvatura cambia de dirección en estas zonas y se dirige hacia dentro (figura 9b). Como consecuencia de ello, ahora las fuerzas de compresión, más que resistir el pandeo, lo precipitan, lo que explica por qué en esta fase el equilibrio solo puede mantenerse reduciendo la carga axial.

La importancia de las imperfecciones es tal, que cuando se realizan ensayos en estructuras reales la diferencia entre los valores teóricos y los experimentales produce una gran dispersión de resultados (ver figura 10).

Como las imperfecciones son inevitables y dependen en gran medida de la calidad de la construcción, está claro que solo una amplia serie experimental de ensayos sobre modelos físicos puede ayudar a establecer el límite mínimo que podría utilizarse en una aplicación práctica. Así, es necesario escoger:

1. El tipo estructural, por ejemplo un cilindro circular, y un conjunto fijo de condiciones de contorno.
2. El tipo de carga, por ejemplo compresión longitudinal.
3. Un patrón de refuerzo predefinido, por medio de rigidizadores.
4. Una limitación estricta de los valores de imperfección.

En consecuencia, los resultados experimentales solo pueden utilizarse en una banda muy estrecha de aplicaciones. Además, el control de calidad del trabajo terminado debe permitir un empleo fidedigno de los valores experimentales.

Para que esto sea posible, los códigos prácticos [3] utilizan el siguiente procedimiento:

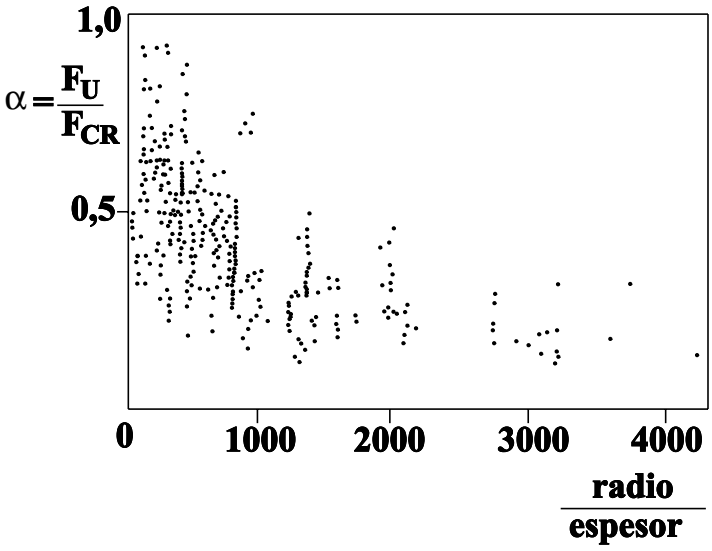


Figura 10 Relación de valores experimentales y teóricos de cargas de pandeo de cilindros de diferentes tamaños axialmente cargados

1. Para la lámina elástica perfecta se calcula una tensión crítica σ_{cr} o τ_{cr}, o una presión crítica p_{cr}, por medio de una fórmula o un método clásicos en los que se empleen los parámetros que definen geometría de la lámina y las constantes elásticas del acero.

2. A continuación se multiplica σ_{cr} o τ_{cr}, o p_{cr}, por un factor de reducción α, que es la relación del límite inferior de una gran cantidad de tensiones o presiones de pandeo experimentales dispersas (suponiendo que el pandeo tiene lugar en el régimen elástico), respecto de σ_{cr}, τ_{cr} o p_{cr}, respectivamente. Se supone que α representa el efecto perjudicial de las imperfecciones formales, las tensiones residuales y las perturbaciones de borde. α puede estar en función de un parámetro geométrico cuando en el conjunto de puntos de ensayo disponibles, trazados con ese parámetro como abscisa, existe una tendencia general que apunta a una correlación entre este parámetro y α; esta tendencia se aprecia en la figura 10.

4. RESUMEN FINAL

1. La resistencia estructural de una estructura de láminas está basada en la curvatura de su superficie.
2. En las láminas se combinan en general dos modos de resistencia: un estado de membrana en el que se desarrollan fuerzas en el plano, y un estado de flexión en el que están presentes fuerzas fuera del plano.
3. La flexión se limita generalmente a las zonas donde se producen cambios en las condiciones de contorno, el espesor o el tipo de carga. También se desarrolla donde tiene lugar una inestabilidad local.
4. Las láminas poseen una resistencia más eficaz a las cargas repartidas. Las cargas concentradas o los cambios geométricos exigen por lo general un refuerzo local.
5. Las imperfecciones juegan un papel substancial en el comportamiento de las láminas. Su carácter impredecible hace que el uso de métodos experimentales sea esencial.
6. Para simplificar el diseño de las láminas, los códigos prácticos introducen un factor de reducción para ser aplicado a los resultados de los modelos matemáticos.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] Tossoji, Ei., “Philosophy of Structures”, Holden Day 1960.

[2] Brush, D.O., Almroth, B.O., “Buckling of Bars, Plates and Shells”, McGraw Hill, 1975.

[3] European Convention for Constructional Steelwork, “Buckling of Steel Shells”, European Recommendation, ECCS, 1988.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.7: Análisis Básico de Estructuras de Láminas

OBJETIVOS/CONTENIDO:

Describir las características básicas del comportamiento de láminas anterior y posterior al pandeo y comparar las diferencias de comportamiento con el de placas y barras.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas

LECCIONES AFINES:

Lección 8.1: Definición de Equilibrio Elástico Estable e Inestable

Lección 10.1: Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas

Lección 10.4: Comportamiento y Diseño de Vigas Armadas

Lección 10.5.1: Diseño de Vigas Cajón

RESUMEN:

Se expone el comportamiento compuesto de flexión y estiramiento con que las estructuras de láminas responden a las cargas; también se explica su comportamiento al pandeo y se compara con el de barras y placas. Se examina el efecto de las imperfecciones y se ofrecen curvas ECCS, que pueden emplearse en el diseño. Se hace asimismo referencia a los programas de ordenador que pueden utilizarse para el análisis de láminas.

1. INTRODUCCIÓN

En la lección 10.6 se presentaron varios aspectos del comportamiento estructural de láminas de un modo básicamente cualitativo. Antes de proseguir con el estudio de procedimientos de diseño para aplicaciones específicas, es necesario adquirir algún conocimiento sobre los posibles métodos de análisis de la respuesta de las láminas. Deberá ser entonces posible comprender el razonamiento en que se basan los actuales procedimientos de diseño tratados en las lecciones 10.8 y 10.9.

Esta lección presenta pues los principios principales de la teoría de láminas que cimenta los métodos de diseño ECCS para cilindros rigidizados y no rigidizados. Se establecen comparaciones con el comportamiento de columnas y placas tratadas anteriormente en las lecciones 8.6.1, 8.6.2 y 10.1.

2. FLEXIÓN Y ESTIRAMIENTO DE LAMINAS DELGADAS

La deformación de un elemento de una lámina delgada consiste en la rotación de la superficie perpendicular respecto de la de referencia en torno a la superficie central, y en el estiramiento y cortante de la propia superficie central. No es posible una flecha de flexión sin estiramiento de la superficie central (como se supone en la teoría de flecha menor para placas planas), de manera que han de tenerse en cuenta tanto la deformación por flexión como la deformación por estiramiento.

Si la forma y las condiciones de contorno de una lámina y las cargas aplicadas son tales, que fuerzas de membrana por sí solas pueden resistirlas, estas fuerzas pueden encontrarse a partir de las tres condiciones de equilibrio correspondientes a un elemento infinitamente pequeño de la lámina. Las ecuaciones de equilibrio se pueden obtener partiendo del equilibrio de fuerzas en tres direcciones, esto es, en las dos direcciones principales de curvatura y en la dirección perpendicular a la superficie central. Como resultado de esto, las tres fuerzas de membrana pueden obtenerse fácilmente en ausencia de momentos de flexión y torsión, y de esfuerzos cortantes perpendiculares a la superficie. Sirve como ejemplo una lámina cilíndrica sin apoyo sometida en toda su área a una presión radial uniforme (figura 1). Es obvio que la única tensión generada por la presión externa es una tensión de membrana circunferencial. Este supuesto no se mantiene si el cilindro está sometido a dos cargas lineales uniformes que actúan a lo largo de dos generadores diametralmente opuestos (figura 2). En este caso es necesaria la teoría de flexión para evaluar la distribución de la carga, ya que un elemento de lámina no puede estar en equilibrio sin tensiones de flexión circunferenciales. Estas son esenciales para resistir las cargas externas, y dado que la pared es delgada y posee una resistencia a la flexión muy pequeña,

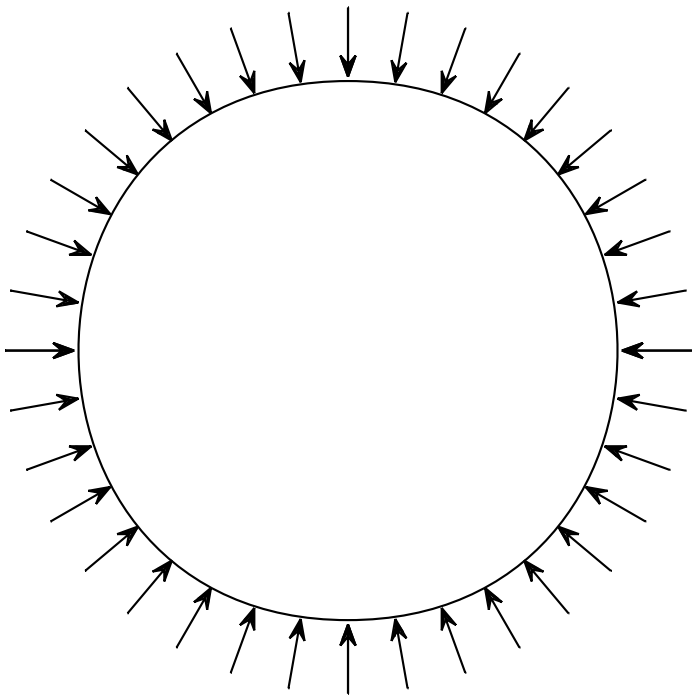


Figura 1 Sección de lámina cilíndrica sometida a presión radial uniforme

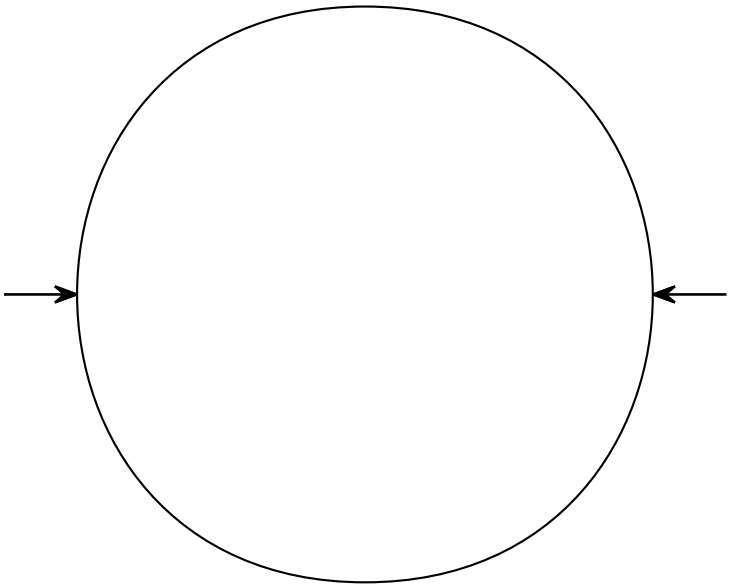


Figura 2 Sección de lámina cilíndrica sometida a cargas lineales uniformes

afectan en gran medida a su resistencia portante [1].

Las tensiones de flexión relevantes no suelen ocurrir más que cerca de los contornos, o en una zona afectada por otras perturbaciones tales como cargas o imperfecciones locales. Estas tensiones pueden ser muy elevadas localmente, pero por lo general se extinguen a poca distancia de esa perturbación local. Sin embargo, las tensiones de flexión pueden ocasionar una fluencia local que puede ser muy peligrosa en presencia de cargas continuadas, pues el resultado puede ser la rotura por fatiga.

Desde un punto de vista estructural, normalmente es más efectiva la configuración de la estructura de láminas de manera que soporte la carga, en principio, por la acción de membrana, de lo que generalmente resultarán además unos cálculos de diseño más simples.

3. PANDEO DE LAMINAS-TEORÍA DE PANDEO LINEAL Y NO LINEAL

El pandeo puede verse como un fenómeno en el cual una estructura deja de comportarse como está previsto y en su lugar sufre un cambio global de configuración. Por ejemplo, una columna originalmente derecha, sometida a una carga lateral, se pandeará doblándose hacia un lado; de modo similar, un cilindro puede pandearse cuando su superficie se contrae bajo la acción de cargas externas. El pandeo es especialmente importante en las estructuras de láminas, pues puede muy bien producirse sin ningún aviso y con consecuencias catastróficas [2-4].

Las ecuaciones para determinar la carga con la que se inicia el pandeo, mediante la bifurcación de la trayectoria principal de equilibrio de una lámina cilíndrica, pueden deducirse por medio del criterio de equilibrio adyacente, o de manera alternativa, utilizando el criterio de energía potencial mínima. En el primer caso, en los desplazamiento previos al pandeo (u_0, v_0, w_0) se imponen pequeños incrementos (u_1, v_1, w_1)

$$u \rightarrow u_0 + u_1$$

$$v \rightarrow v_0 + v_1 \qquad (1)$$

$$w \rightarrow w_0 + w_1$$

Se analizan las dos configuraciones adyacentes, representadas por los desplazamientos antes (u_0, v_0, w_0) y después del incremento (u, v, w). El parámetro de carga no recibe ningún incremento. La función representada por (u_1, v_1, w_1) se llama modo de pandeo. Como alternativa puede adoptarse el criterio de energía potencial mínima para deducir las ecuaciones de estabilidad lineal. Se calcula la fórmula correspondiente a la segunda variación de energía potencial de la lámina en términos de desplazamientos. Las ecuaciones diferenciales lineales correspondientes a la pérdida de estabilidad se obtienen entonces mediante el criterio de Trefftz. A los lectores que necesiten un tratamiento más en profundidad del pandeo de láminas se aconseja que consulten [4].

En la práctica, y en relación con algunos problemas, los resultados obtenidos mediante estos análisis son adecuados y están de acuerdo con lo experimentado. En otros casos, como es el de un cilindro bajo compresión axial, esos resultados pueden ser realmente equívocos, pues sobreestiman la resistencia portante real de la lámina. El uso de estos métodos da el siguiente valor para la carga de pandeo axial de un cilindro elástico delgado perfecto, de longitud media:

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\upsilon^2)}}\frac{t}{r} \qquad (2)$$

Suponiendo $\upsilon = 0{,}3$ para acero da $\sigma_{cr} = 0{,}605\ E\ \frac{t}{r}$

Esta carga de pandeo se deduce sobre el supuesto de un aumento libre del radio anterior al pandeo, debido al efecto de Poisson, y de que durante el pandeo los dos bordes están fijos en las direcciones radial y circunferencial, pero pueden girar en torno al eje y. Estos empotramientos de los bordes se conocen como las “condiciones clásicas de contorno”.

La ecuación (2) es de poca utilidad para el proyectista, pues los resultados de ensayo solo producen un 15-60% de este valor. La razón de esta gran discrepancia entre los resultados teóricos y experimentales permaneció mucho tiempo incomprendida y ha sido objeto de muchos estudios. Puede explicarse como sigue:

Las condiciones de contorno de las láminas tienen un efecto importante y pueden, si se modifican, dar lugar a unas cargas críticas menores. Muchos autores han estudiado los efectos de las condiciones de contorno sobre la carga de pandeo de láminas cilíndricas. El valor dado en la ecuación (2) solo se refiere a un cilindro real si los bordes no pueden moverse en la dirección circunferencial, es decir v = 0 (figura 3). Si se elimina esta última condición y se sustituye por la condición $n_{xy} = 0$ (es decir, desplazamiento libre, pero ninguna tensión de membrana, en la dirección circunferencial) se obtiene un

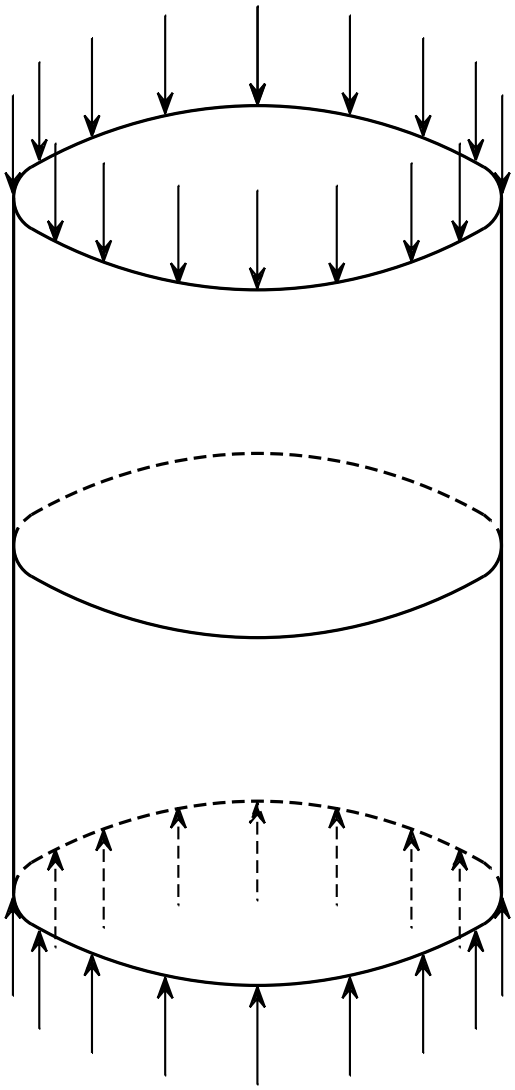


Figura 3 Cilindro comprimido axialmente

valor crítico de aproximadamente el 50% de la carga de pandeo clásica. Esta condición de contorno es bastante difícil de obtener en la práctica, y los cilindros con esos empotramientos de borde son mucho menos sensibles a las imperfecciones que aquellos con condiciones clásicas de contorno; no tienen por tanto un interés primario para el proyectista. Si en lugar de esto se supone que el borde superior del cilindro es libre, la carga crítica de pandeo cae a un 38% del valor crítico dado por la ecuación (2). En general, puede decirse que si una lámina falla inicialmente con varios pandeos locales pequeños, la carga crítica no dependerá de manera importante de las condiciones de contorno; pero si los pandeos implican a toda la lámina, las condiciones de contorno pueden afectar notablemente a la carga de pandeo.

La carga crítica de pandeo también puede verse reducida por las deformaciones anteriores al pandeo. Para tener estas deformaciones en cuenta, han de incluirse las mismas condiciones de contorno en el régimen anterior y en el posterior al pandeo. La consecuencia es que durante la compresión anterior al pandeo los bordes superior e inferior no pueden moverse radialmente (con un coeficiente de Poisson distinto de cero), y por ello los generadores, en origen derechos, se curvan. Las deformaciones posteriores al pandeo no son infinitamente pequeñas y la tensión crítica se reduce.

La comprensión completa de la razón que explica las grandes discrepancias entre los resultados teóricos y experimentales relativos al pandeo de láminas ha causado mucha controversia y debate, pero actualmente se acepta de un modo general la explicación de que son las imperfecciones iniciales la principal causa de este fenómeno.

4. COMPORTAMIENTO DE LÁMINAS DELGADAS POSTERIOR AL PANDEO

El punto de partida de este estudio ilustrativo del comportamiento posterior al pandeo de un cilindro perfecto, sometido a una compresión axial (figura 3), lo constituyen las ecuaciones clásicas de Donnell [2]. Se puede suponer una función adecuada para w (trigonométrica) e introducirse en la ecuación de compatibilidad, expresada en términos de w y de una función de tensión adoptada F. Las expresiones cuadráticas

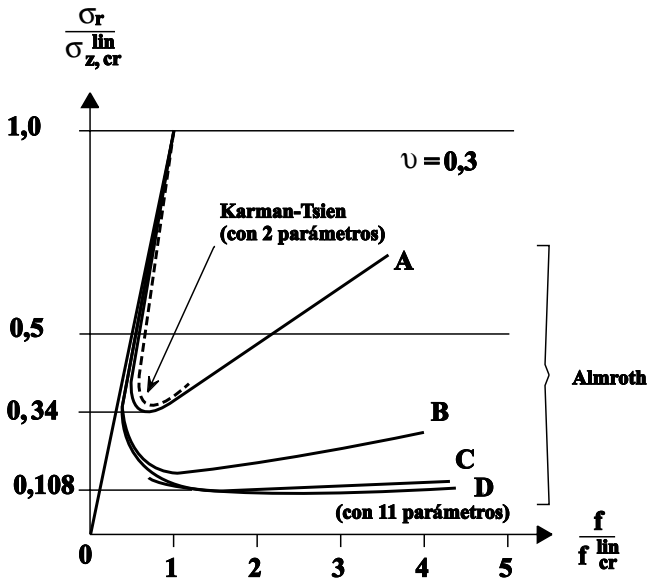


Figura 4 Comportamiento de pos-pandeo de una lámina cilíndrica comprimido axialmente

pueden transformarse en lineales por medio de relaciones trigonométricas bien conocidas. Puede entonces calcularse la función de tensión F, y en consecuencia las tensiones de membrana internas. A continuación puede escribirse la fórmula correspondiente a la energía potencial total, y minimizarse, para reemplazar a la ecuación de equilibrio. La solución mejora si se toman más términos para w.

En la figura 4 se representan los resultados obtenidos utilizando solo dos modos de pandeo, y se comparan con las curvas halladas después con un mayor número de modos. Los resultados muestran que el tipo de curva no cambia al aumentar el número de modos, pero el punto inferior de la trayectoria posterior al pandeo disminuye y puede alcanzar un valor de alrededor del 10% de la carga de pandeo lineal. En el caso límite (es decir, con un número de modos aumentando hasta infinito), el valor inferior de la trayectoria posterior al pandeo tiende a cero, mientras que la forma de pandeo tiende a adoptar la forma del patrón de Yoshimura (figura 5). Es el caso límite de la forma de pandeo romboidal, que puede describirse mediante la siguiente combinación de modos asimétricos y cuadriculares.

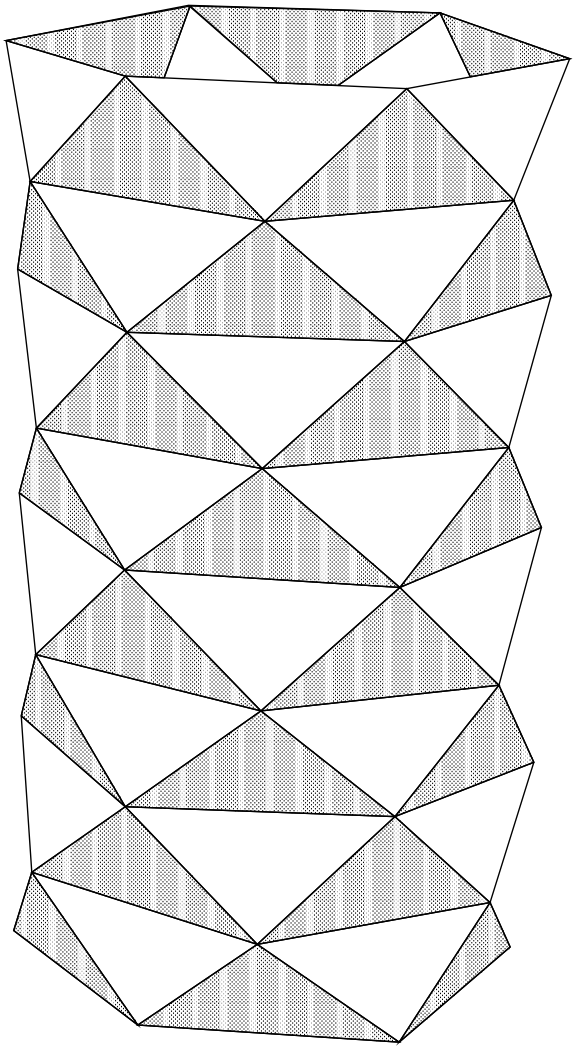


Figura 5 Patrón Yoshimura

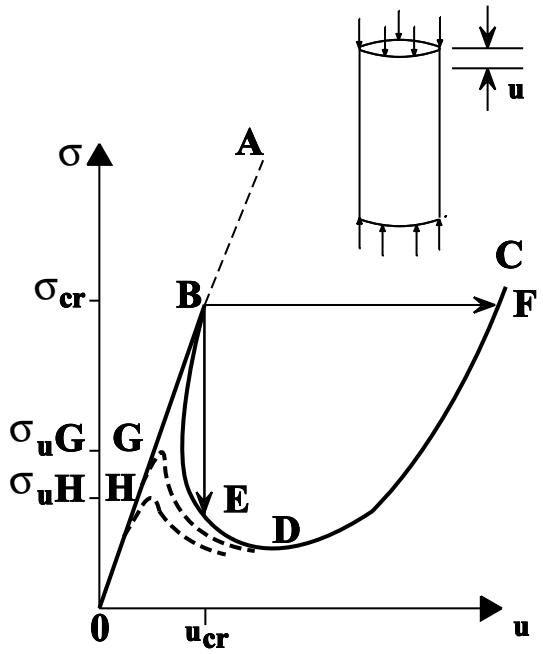


Figura 6 Comportamiento pos-pandeo de una lámina cilíndrica imperfectamente comprimida axialmente

$$w = w_1 \operatorname{sen}\frac{\pi x}{l_x} \operatorname{sen}\frac{\pi y}{l_y} w_2 \operatorname{sen}\frac{2\pi x}{l_x} \qquad (3)$$

Hay que apuntar que la carga de pandeo asociada bien a cada uno de los dos modos, bien a la combinación de ambos, es la misma (figura 6), y viene dada por la ecuación (2).

En [5] se ofrece una amplia visión general de la teoría posterior al pandeo. Como se verá más adelante, una teoría realista del pandeo de láminas debe tener en cuenta las inevitables imperfecciones (figura 7) que aparecen en las estructuras reales.

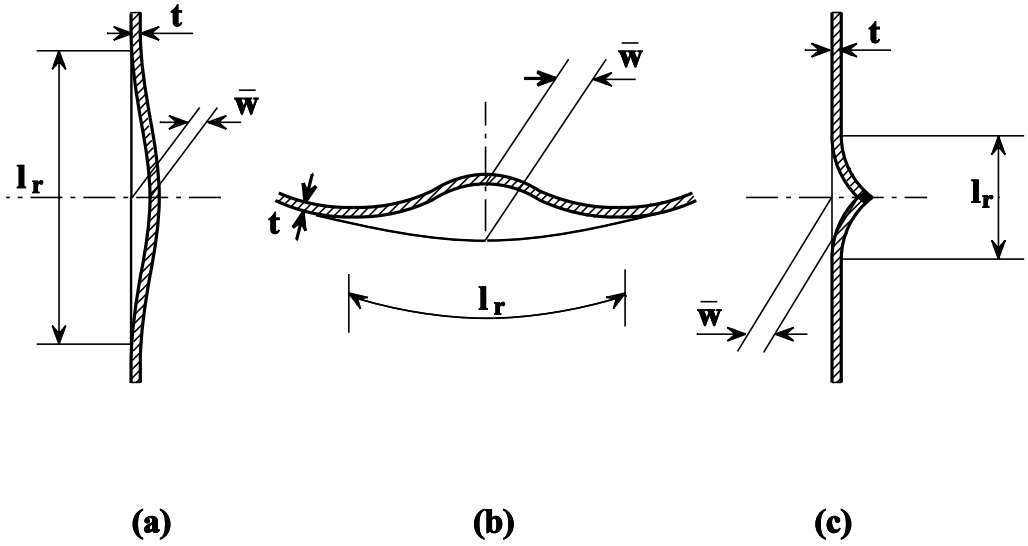


Figura 7 Imperfecciones

5. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL PANDEO DE LÁMINAS

Los tipos simples de lámina y carga son susceptibles de un tratamiento mediante métodos analíticos. Sin embargo, la carga de pandeo de estructuras de láminas complejas solo puede evaluarse por medio de programas de ordenador, muchos de los cuales utilizan elementos finitos y tienen una opción de estabilidad. CASTEM, STAGS, NASTRAN, ADINA, NISA, FINELG, ABAQUS, ANSYS, BOSOR y FO4BO8 son algunos de los programas universales y específicos disponibles. El uso correcto de un programa complicado exige que el analista esté bien familiarizado con la base del método adoptado en el programa.

Las opciones de estabilidad y la fiabilidad de los resultados numéricos dependen del método de análisis en que se basa cada programa específico, y de los modos de pandeo estudiados. Puede realizarse un análisis de varios tipos:

1. Los cambios geométricos en el régimen anterior al pandeo se ignoran, asumiendo pues un comportamiento lineal de la estructura anterior al pandeo, y la tensión de pandeo se corresponde con el punto de bifurcación B, hallado por medio de un análisis de valor propio (figura 8a). Aplicado a una lámina simple, el resultado de este procedimiento es la carga crítica clásica. w es la flecha lateral de la pared de lámina en algún punto representativo.
2. El análisis de colapso no lineal permite determinar sucesivos puntos en la trayectoria no lineal de equilibrio primario hasta que la tangente a la trayectoria se hace horizontal en el punto límite (figura 8b). En esa fase, suponiendo una carga de peso, como normalmente es el caso en estructuras de ingeniería, se produce el colapso no lineal (rompimiento repentino, “snap-through”).
3. Investigación del pandeo de bifurcación partiendo de un estado no lineal anterior al pandeo. Esto implica la búsqueda de trayectorias de equilibrio secundarias (correspondientes a diferentes modos de pandeo, por ejemplo diferentes números de ondas de pandeo a lo largo de la circunferencia de una lámina asimétrica) que pueden derivarse de la trayectoria primaria no lineal en puntos de bifurcación situados por debajo del punto límite (figura 8c). El punto mínimo de bifurcación proporciona una estimación de la carga de pandeo.
4. El análisis general de colapso no lineal de una estructura imperfecta consiste en determinar la trayectoria de equilibrio no lineal y el punto límite L correspondientes a una estructura cuyas imperfecciones iniciales y deformaciones plásticas son tenidas en cuenta (figura 8d). La carga límite, que es la

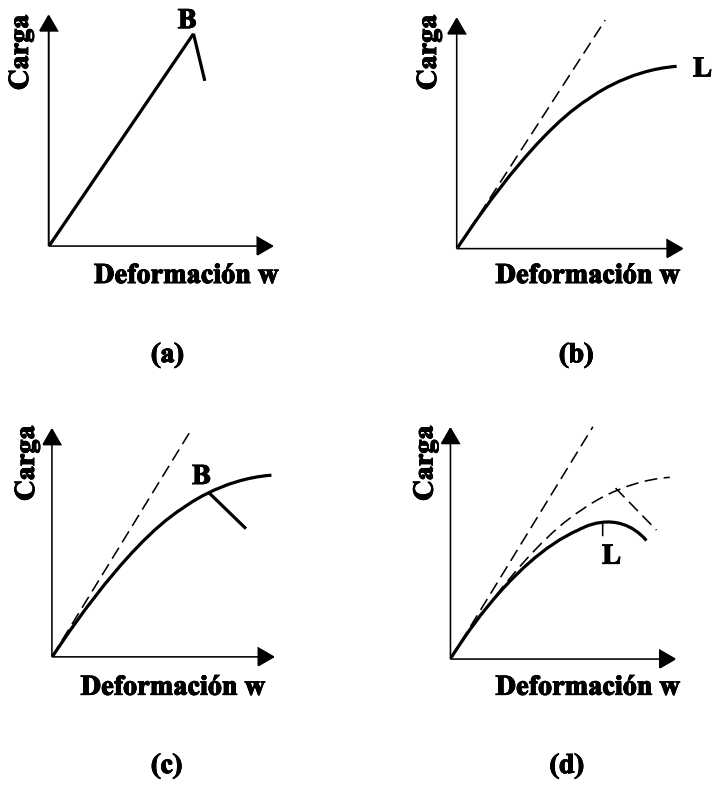


Figura 8 Tipos de análisis numérico de pandeo de láminas

ordenada de L, causa el “rompimiento repentino” de la estructura.

Los cuatro diagramas de carga y flecha representados en la figura 8 pueden referirse, por ejemplo, a una cubierta esférica sometida a una presión radial uniforme que actúa hacia el centro de la esfera; en este caso el modo crítico de fallo depende del grado de delgadez de la cubierta.

6. COMPORTAMIENTO DE PANDEO Y POSTERIOR AL PANDEO DE BARRAS, PLACAS Y LÁMINAS

Se repiten aquí (figura 9), para completarlas, las trayectorias de equilibrio, presentadas en la anterior lección 10.7.1, correspondientes a una columna perfectamente derecha, una placa perfectamente plana con apoyos en sus cuatro lados, y una lámina perfectamente cilíndrica.

En cada diagrama σ representa la tensión de compresión uniformemente aplicada, σ_{cr} su valor crítico, dado por la teoría clásica de estabilidad, y U la disminución de la distancia entre los extremos de los elementos.

Cada punto de las líneas continuas o discontinuas representa una configuración de equilibrio, que es al menos teóricamente posible, en el sentido de que se cumplen las condiciones para el equilibrio entre fuerzas externas e internas.

El acortamiento elástico simple, de acuerdo con la ley de Hooke, está reflejado por las tres líneas rectas OA. Estas representan el estado anterior al pandeo, primario o fundamental de equilibrio en el que la columna, la placa y la lámina permanecen perfectamente derecha, plana y cilíndrica, respectivamente.

Mientras $\sigma < \sigma_{cr}$, el equilibrio primario es estable, es decir, que si una ínfima perturbación accidental (una fuerza lateral muy pequeña, por ejemplo) causa una ligera deformación transversal del elemento, esta deformación desaparece cuando se elimina su causa, y el elemento regresa por sí mismo a su anterior configuración. Sin embargo, cualquier punto de la línea OA situado por encima de B, representa un equilibrio inestable, es decir, que el efecto de la perturbación, aun cuando ésta sea infinitamente pequeña, no desaparece con su causa sino que crece instantáneamente y hace que el elemento se mueva (con violencia), desviándose más y de manera irreversible de su anterior configuración de equilibrio. Siempre existe alguna pequeña causa de perturbación, en la forma por ejemplo de una imperfección formal inicial o de una excentricidad de carga. Así pues, el estado de equilibrio inestable, aunque es teóricamente posible, no puede producirse en estructuras reales.

Cuando la tensión alcanza su valor crítico σ_{cr}, en el punto B aparece una nueva configuración de equilibrio. Es esta una configuración muy distinta de la primaria, que se caracteriza por flechas laterales y flexión de la barra, la placa o la pared de la lámina.

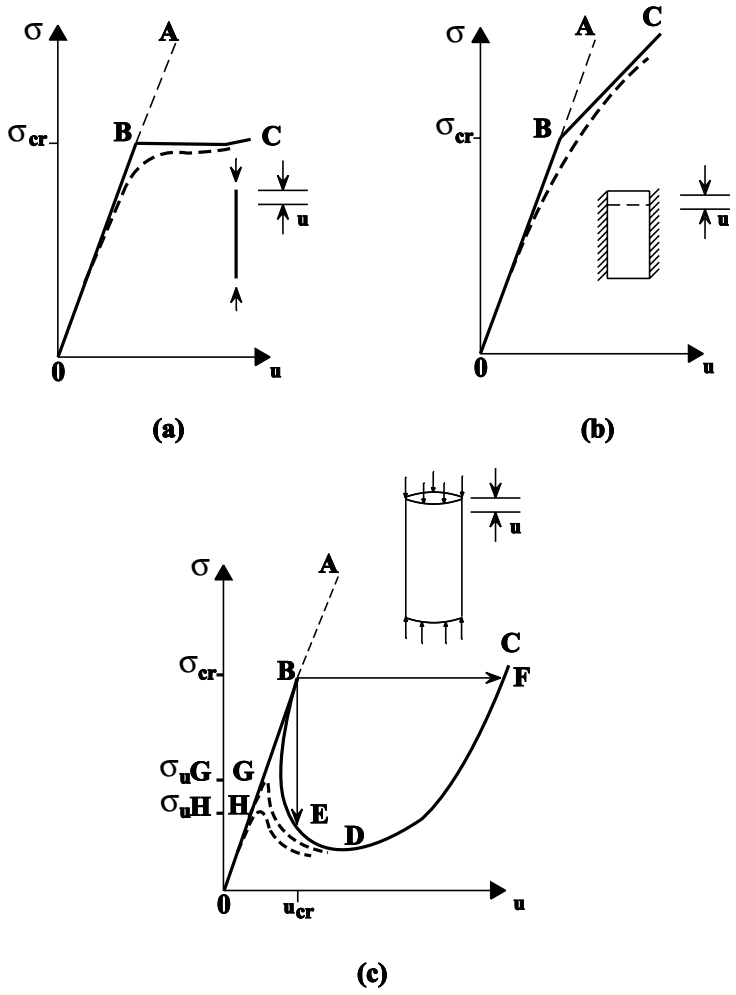


Figura 9 Comparación de comportamiento a pandeo de barras, placas y láminas

Si la nueva configuración está caracterizada por desplazamientos con respecto al estado primario de equilibrio, que aumenta gradualmente de cero a valores elevados (teóricamente infinitos), los estados de equilibrio posteriores al pandeo están representados por los puntos de una trayectoria de equilibrio secundaria que intersecta la trayectoria primaria en el punto de bifurcación B.

De hecho, B es el menor de un número infinito de puntos de bifurcación, pero las trayectorias que se derivan de todas las demás representan un equilibrio muy inestable y no tienen ninguna significación práctica.

La gran diferencia entre la barra, la placa y la lámina se manifiesta en su comportamiento posterior al pandeo. En el caso de la columna (figura 9a), la trayectoria secundaria BC es casi horizontal, pero en realidad se curva imperceptiblemente hacia arriba; el equilibrio a lo largo de BC es casi neutro (es, estrictamente hablando, débilmente estable). En cuanto a la placa (figura 9b), la trayectoria secundaria BC crece por encima de B, aunque de forma menos abrupta que antes; la placa sufre una flecha lateral, cada vez más bajo una carga en aumento, pero el equilibrio en los puntos de BC es estable.

Tras la bifurcación, el punto que representa el estado de equilibrio de un cilindro sometido a una carga axial (figura 9c) puede, en teoría, recorrer la trayectoria secundaria BDC. Sin embargo, el equilibrio en puntos de la curva continua situados por debajo de B es altamente inestable y, por ello, no puede existir realmente. Qué pasaría después de alcanzarse el punto B, si fuera posible fabricar un cilindro perfecto de un material de elasticidad lineal ilimitada, y sostenerlo, cargarlo o deformarlo de la manera teóricamente correcta, depende del método de carga.

Cuando se imponen de manera controlada los desplazamientos, u, de una mesa de una máquina de ensayo supuestamente rígida, con respecto a la otra mesa, en la pared del cilindro aparecen repentinamente pandeos. La tensión de compresión cae de inmediato de σ_{cr} a la ordenada del punto E (solo una fracción de σ_{cr}), mientras que el acortamiento del cilindro permanece igual a u_{cr}, la abscisa de B. Al contrario que la bifurcación, en la transición entre las configuraciones de equilibrio representada por los puntos B y E están involucrados desplazamientos finitos; es el rompimiento repentino. El proceso de pandeo se complica aun más por la existencia de distintas trayectorias de equilibrio de intersección, que corresponden a diferentes números de ondas de pandeo circunferenciales y que tienen la misma forma general que BDC. Algunas

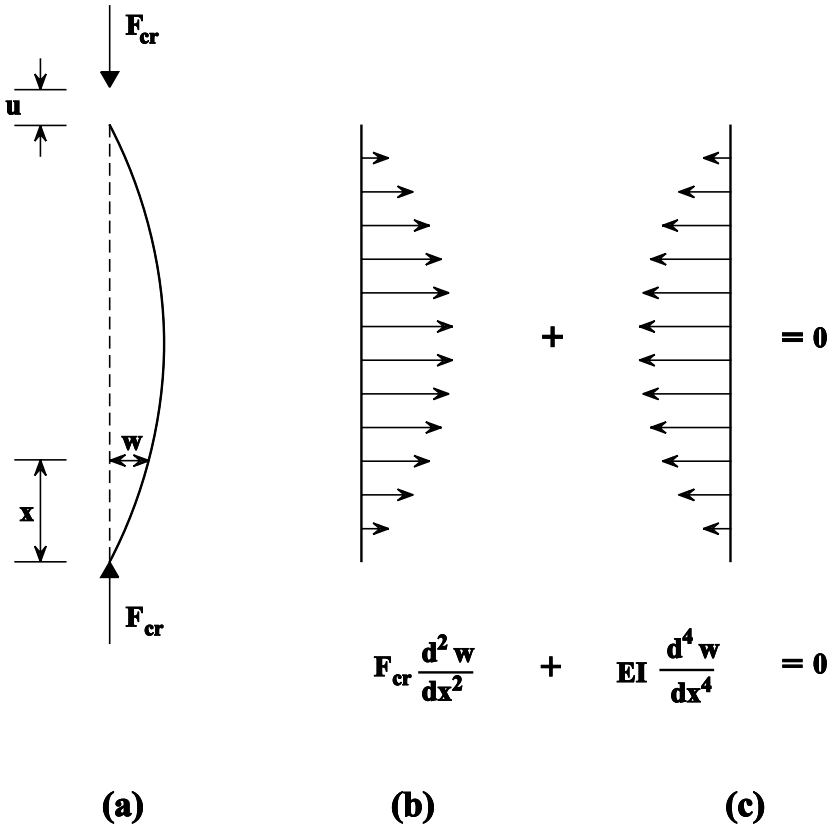


Figura 10 Pandeo de pilar

partes de estas trayectorias representan un equilibrio estable, mientras que otras representan un equilibrio inestable; tras el rompimiento repentino del estado B al estado E, la lámina puede pasar repetidas veces de una configuración de pandeo a otra.

Cuando antes que el desplazamiento, u, se controla la carga, se produce un efecto distinto; si, por ejemplo, se impone una carga = $2\pi rt\sigma_{cr}$, el encogimiento global del cilindro aumenta casi instantáneamente de u_{cr} a la abscisa del punto F, y su pared muestra profundos pandeos, mientras que la tensión media de compresión permanece igual a σ_{cr}. Debe apuntarse que este "rompimiento repentino" posee características dinámicas que no se tienen en cuenta en esta descripción.

Esslinger y Geier [5] explican el comportamiento básicamente distinto de columnas, placas y láminas mediante el siguiente argumento, ilustrado por las figuras 10, 11 y 12.

La ecuación diferencial

$$F_{cr}\frac{d^2w}{dx^2} + EI\frac{d^4w}{dx4} = 0$$

expresa el equilibrio lateral de cualquier elemento de una barra sometida a carga lateral cuando tiene lugar la bifurcación (figura 10a), estableciendo que la fuerza de flecha por unidad de longitud, debida a cargas externas, F_{cr}, y dada por el primer término, anula la fuerza restauradora por unidad de longitud, debida a las tensiones de flexión internas, y dadas por el segundo término. Tanto las fuerzas de flecha (figura 10b) como las fuerzas restauradoras (figura 10c) son proporcionales a la flecha lateral. En consecuencia, el equilibrio de la columna es independiente de la magnitud de la deformación transversal y de u, conseguido bajo la fuerza axial constante F_{cr}.

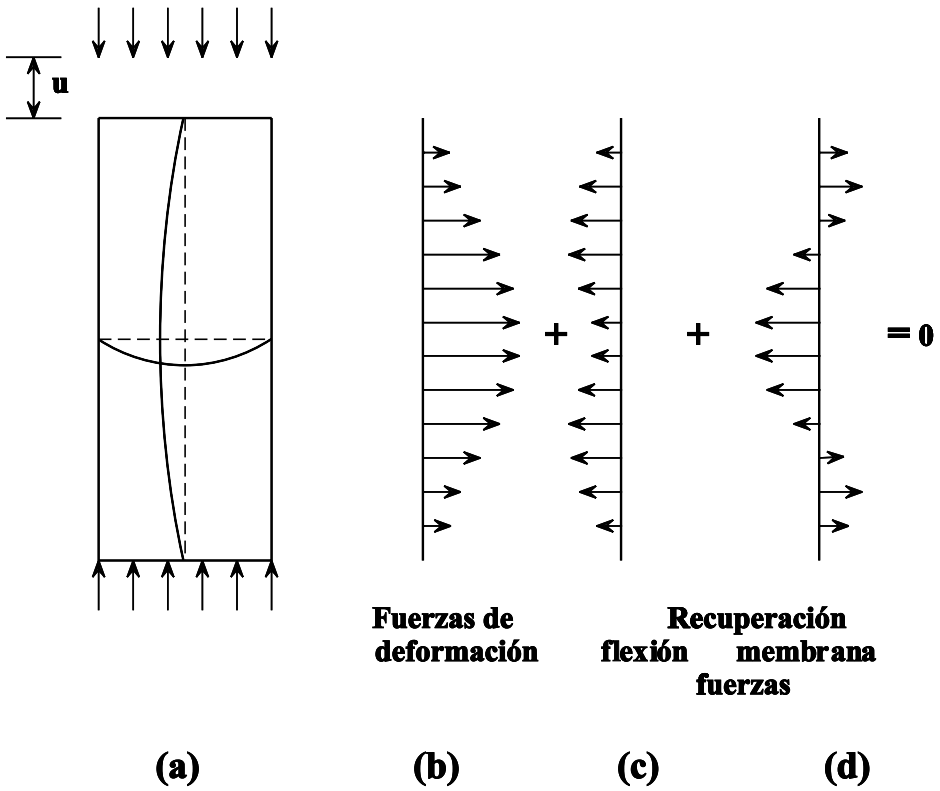


Figura 11 Pandeo de placa

Las fuerzas restauradoras que contrarrestan las fuerzas laterales (figura 11b) que causan la flecha de una placa con pandeo (figura 11a), no se deben solo a momentos de flexión longitudinales y transversales (figura 11c) sino también a fuerzas de membrana transversales (figura 11d). Las fuerzas restauradoras debidas a la acción de membrana son igual a cero mientras la placa es plana, pero después aumentan proporcionalmente al cuadrado de su flecha lateral. El resultado es que la carga de compresión externa, necesaria para el equilibrio, aumenta junto con la deformación lateral y con el encogimiento de la placa u.

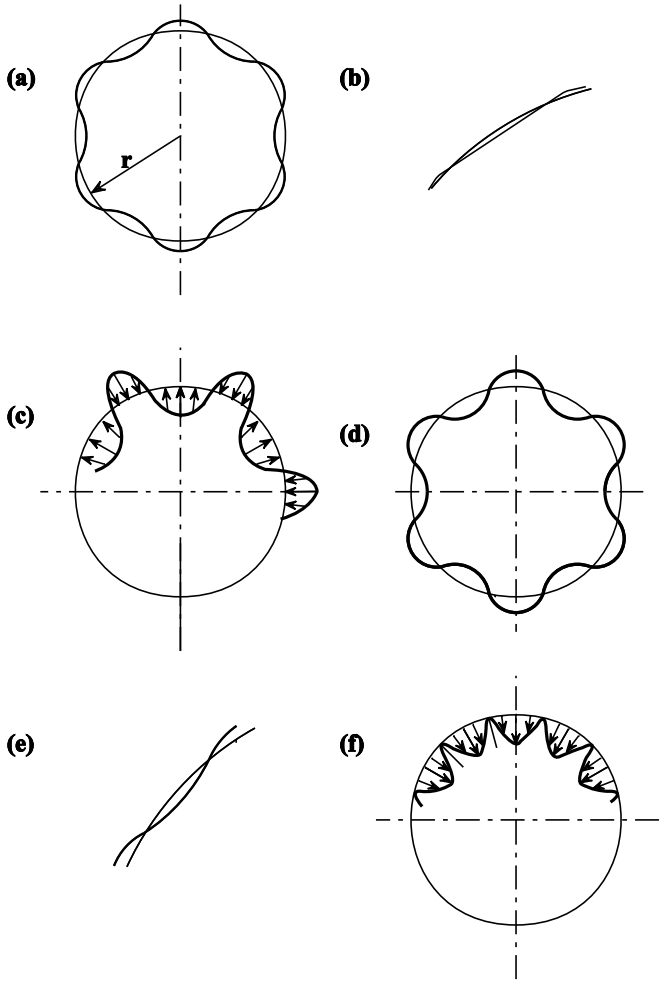


Figura 12 Pandeo de cilindro

La figura 12a muestra el componente radial del patrón de pandeo de un cilindro comprimido en el punto de bifurcación. Los desplazamientos de una superficie curvada hacia el exterior provocan fuerzas de membrana de tracción, mientras que los desplazamientos hacia el interior generan fuerzas de membrana de compresión. La figura 12b ofrece una imagen más precisa de un pandeo hacia dentro de muy poca amplitud; se aprecia que el signo original de la curvatura circunferencial de la pared de la lámina no se invierte al comienzo del pandeo. Las fuerzas radiales derivadas de la combinación de las fuerzas de membrana con la curvatura del cilindro deformado, que tiene todavía su signo inicial, se representan en la figura 12c. Todas estas fuerzas radiales tienden a contrarrestar el pandeo. De ahí la elevada resistencia al inicio del pandeo de un cilindro perfecto, dada por la ecuación (2). Los crecientes desplazamientos hacia dentro provocan el cambio de la curvatura circunferencial para sobrepasar la magnitud, 1/r, de la curvatura original del cilindro, como se muestra de un modo exagerado en la figura 12d, y con más realismo en la figura 12e. En la zona de los pandeos hacia dentro la pared del cilindro se curva ahora hacia el interior, y como resultado de ello, las fuerzas de membrana de compresión de estas zonas ya no se resisten a la aparición de abolladuras, sino que la precipitan (figura 12f). Por eso, el efecto restaurador total de las fuerzas de membrana se ha debilitado de forma sustancial en comparación con el estado predominante en el punto de bifurcación. El resultado final es que, una vez ha comenzado el pandeo, el equilibrio solo se concibe con una carga axial decreciente.

7. SENSIBILIDAD A LAS IMPERFECCIONES

El comportamiento de componentes reales imperfectos difiere del teórico descrito anteriormente, y está representado por las líneas de puntos de la figura 9. Estas líneas muestran que en el caso de elementos estructurales reales no se produce una auténtica bifurcación de equilibrio. Sin embargo, las líneas continuas ofrecen una imagen aproximada - cuanto menores son las imperfecciones iniciales más real es la imagen - del comportamiento del componente, y en ello reside la importancia del concepto de pandeo de bifurcación.

Las líneas de puntos de las figuras 9a y 9b corresponden a un pilar y una placa con una ligera curvatura inicial. Puede verse que la resistencia portante de la barra no es mucho menor que la carga de pandeo teórica, a condición de que la imperfección no sea muy grande. De acuerdo con la figura 9b se puede concluir que la trayectoria de equilibrio de una placa imperfecta puede no presentar discontinuidad alguna cuando la tensión de compresión aumenta más allá de σ_{cr}, y también que la placa puede tener una reserva de resistencia posterior al pandeo considerable. Si es delgada, esta reserva puede ser notablemente mayor que la carga de pandeo de bifurcación. El aumento de la tensión más allá de σ_{cr} en la placa perfecta, no produce un fallo de rotura inmediato. Tanto el pilar como la placa acaban fallando por la fluencia causada por una flexión excesiva.

A causa de la imperfección de un cilindro real, la trayectoria de equilibrio de puntos no muestra la cresta alta tan aguda B, característica de la trayectoria de equilibrio teórica OBDC. El punto culminante G o H (figura 9c) de la línea de puntos, denominado punto límite, está en un nivel mucho menor que el punto de bifurcación, incluso cuando la amplitud de las desviaciones iniciales de la forma cilíndrica perfecta es ínfima. La curva de puntos inferior es la trayectoria de equilibrio correspondiente a un cilindro con imperfecciones de algún modo mayores. Cuando la carga es debida al peso y ocurre que se corresponde con el punto límite, la curva debe saltar horizontalmente de G o H hacia la derivación a la derecha de la curva. El acortamiento simultáneo, u, de la lámina de acero es tan grande, y está debido a pandeos tan profundos, que normalmente parte del material de la pared se deforma en el régimen plástico, y de este modo el fenómeno de pandeo, en este caso una rotura repentina o colapso no lineal, resulta casi siempre catastrófico.

De la descripción del párrafo anterior no debe deducirse que solo los componentes estructurales imperfectos presentan un comportamiento caracterizado por un punto límite. Debido a los cambios graduales en la geometría de una estructura perfecta, su trayectoria de equilibrio primaria puede ser no lineal desde el inicio de la carga y, de hecho, caracterizarse por un punto límite.

En resumen, pueden establecerse dos puntos:

1. Para la lámina perfecta, la tensión de colapso real σ_{uG} o σ_{uH} (figura 9c), es mucho menor que la tensión crítica teórica σ_{cr}, aun cuando quizá las imperfecciones sean casi imperceptibles.

2. Láminas nominalmente idénticas pueden colapsarse bajo cargas marcadamente diferentes, ya que las imperfecciones accidentales reales de esas láminas, según se realiza su montaje, son de diferente magnitud y distribución, y debido a que de unas imperfecciones ligeramente mayores puede derivarse una disminución considerable de la carga de rotura.

Una generalización amplia en el sentido de que todas las láminas son siempre muy sensibles a las desviaciones de la forma perfecta no estaría justificada. La sensibilidad a las imperfecciones depende del tipo de lámina y de carga, pudiendo variar de ligera a extrema, incluso con la misma lámina bajo diferentes condiciones de carga. Por ejemplo, la sensibilidad a las imperfecciones de las láminas cilíndricas sometidas a una presión externa uniforme es muy baja, mien-

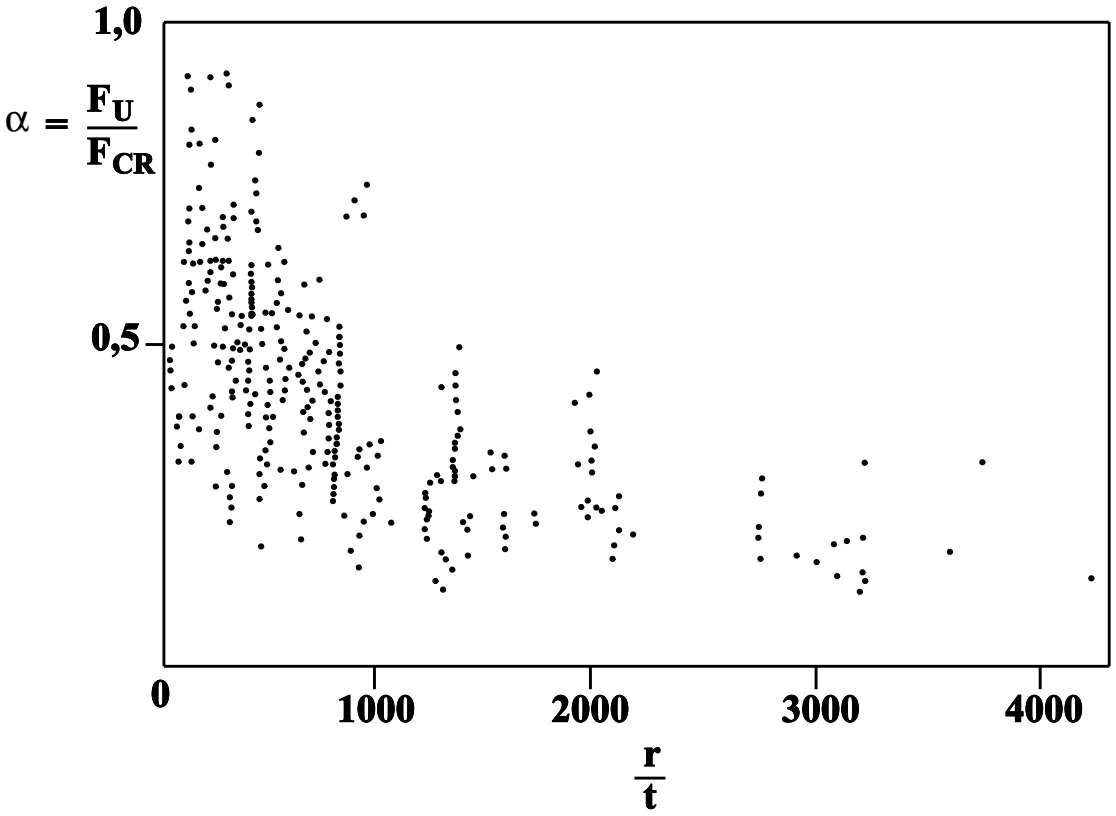


Figura 13a Relación de resultados de ensayos y teóricos de cargas de pandeo teórico para cilindros cargados axialmente

tras que estas mismas láminas son muy sensibles cuando la compresión es en dirección meridional. La diferencia está relacionada con el modo de pandeo; bajo una carga axial, los modos de pandeo se caracterizan por ondas cortas, comparadas con el diámetro, tanto en dirección longitudinal como circunferencial. Las pequeñas imperfecciones iniciales, que pueden aparecer en cualquier parte de la superficie del cilindro y que probablemente tengan en general la misma forma que algunos de los pandeos, tienden a acentuarse bajo una carga creciente y a activar la rotura repentina en una fase de carga temprana. Sin embargo, el patrón de pandeo bajo presión externa consiste en pandeos largos en la dirección meridional, menos numerosos en la dirección circunferencial, y por lo tanto probablemente de tamaño bastante mayor que las principales abolladuras y pandeos iniciales.

Otro factor que debe mencionarse de los que contribuyen a la sensibilidad a las imperfecciones de cilindros sometidos a carga axial es la multiplicidad de modos de pandeo diferentes asociada con la misma carga de bifurcación. Cualquier tratamiento teórico realista del problema del pandeo se complica aun más por la existencia de tensiones residuales debidas a la conformación en frío o en caliente y/o a la soldadura. El comportamiento también se ve afectado por la aparición de deformaciones plásticas en el acero y, en algunos casos, por la presencia de rigidizadores. A esto último puede deberse el comportamiento estructural no lineal de la lámina, así como a los cambios geométricos causados por la deformación de la misma.

En conclusión, las imperfecciones son la causa principal de la gran diferencia existente entre la carga de rotura obtenida en los ensayos y la carga de pandeo teórica. En la figura 13a puede apreciarse una amplia dispersión de resultados correspondientes a láminas nominalmente idénticas; en este figura, la relación de cargas de pandeo experimentales, F_u, respecto

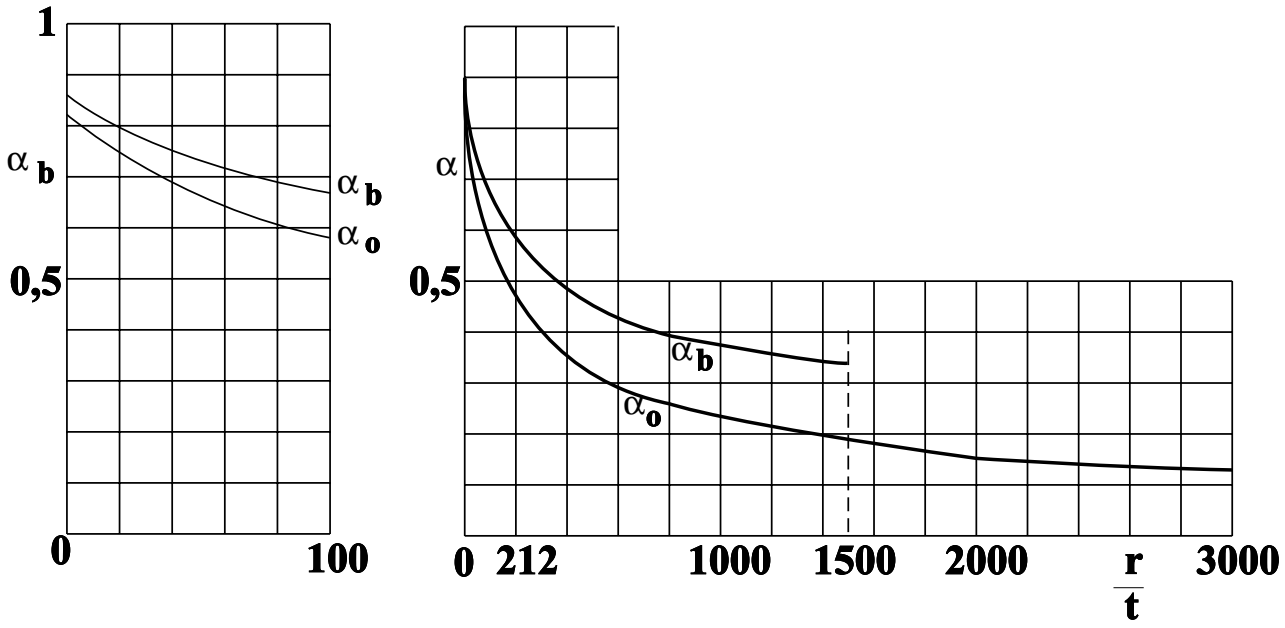


Figura 13b Factor "reductor" α de la ECCS

de los valores teóricos, F_{cr}, correspondientes a cilindros sometidos a carga axial, se dan con relación a diferentes relaciones r/t. La figura 13b ofrece los factores propuestos por ECCS para reducir la carga de pandeo teórica a valores apropiados para el diseño.

8. RESUMEN FINAL

1. Las estructuras de láminas soportan las cargas por flexión y estiramiento.
2. En estructuras de láminas de aplicación industrial, el pandeo puede ser el estado límite crítico debido a los efectos de la esbeltez.
3. Las imperfecciones son la principal causa de la diferencia tan significativa entre la carga de pandeo teórica y la experimental.
4. Existen diferencias fundamentales entre el comportamiento de pandeo inicial de láminas y el de placas.
5. En la práctica, el análisis de pandeo de láminas solo puede aplicarse a estructuras especiales fabricadas o construidas con unos procedimientos de control de calidad estrictos que reducen las imperfecciones al mínimo.

9. BIBLIOGRAFÍA

[1] Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill, New York and Kogakusha, Tokyo, 1959.

[2] Flügge, W., "Stresses in Shells", Springer-Verlag, New York, 1967.

[3] Bushnell, D., "Computerised Buckling Analysis of Shells", Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1985.

[4] Timoshenko, S. and Gere, J.M., "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, New York and Kogakusha, Tokyo, 1961.

[5] Esslinger, M. T., and Geier, B. M., "Buckling and Post Buckling Behaviour of Thin-Walled Circular Cylinders", International Colloquium on Progress of Shell Structures in the last 10 years and its future development, Madrid, 1969.

10. BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

1. Koiter, W.T., "Over de Stabilitteit van het Elastisch Evenwicht Diss.", Delft, H.J. Paris, Amsterdam, 1945.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.8: Diseño de Cilindros No Rigidizados

OBJETIVOS/CONTENIDO

Describir el comportamiento de pandeo de láminas cilíndricas sometidas a dos tipos diferentes de carga externa, compresión axial y presión externa, que actúan independientemente o en combinación. Identificar los parámetros clave que influyen en el comportamiento y presentar un procedimiento de diseño basado en las recomendaciones europeas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Ninguno.

LECCIONES AFINES

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas

Lección 10.7: Análisis Básico de Estructuras de Láminas

RESUMEN

El comportamiento de pandeo de una lámina cilíndrica depende de varios parámetros clave, tales como la geometría, las características del material, las imperfecciones y tensiones residuales, las condiciones de contorno y el tipo de carga. Un procedimiento fiable y económico para diseñar láminas cilíndricas resistentes al pandeo debe tener en cuenta todos estos parámetros, especificando claramente el régimen en el que las predicciones del diseño son válidas. En esta lección se presenta el procedimiento de diseño pertinente contenido en las Recomendaciones ECCS sobre el Pandeo de Láminas [1], se exponen brevemente métodos alternativos y se identifican las diferencias más importantes.

1. INTRODUCCIÓN

En las lecciones 10.6 y 10.7 se ha hecho una introducción a diversos aspectos que influyen en el comportamiento estructural de las láminas y se han presentado los principios fundamentales de la teoría de láminas. En concreto, vale la pena recordar los siguientes puntos:

i. La carga de pandeo crítica (bifurcación) de un cilindro elástico delgado y perfecto sometido a una carga idealizada, como la compresión axial uniforme, se puede calcular mediante métodos clásicos.

ii. Las condiciones de contorno afectan a la carga de pandeo crítica, de modo que, en relación con la misma lámina y tipo de carga, un conjunto de condiciones de contorno puede dar como resultado cargas de pandeo significativamente más bajas que las correspondientes a otros conjuntos.

iii. Las imperfecciones geométricas causadas por la fabricación son la principal causa de las notables diferencias existentes entre las cargas de pandeo críticas calculadas mediante métodos clásicos, y las cargas de pandeo experimentales. Incluso imperfecciones muy pequeñas pueden causar una caída substancial de la carga de pandeo de la lámina.

iv. La sensibilidad a las imperfecciones depende en primer lugar del tipo de lámina y de carga, y en alguna medida también de las condiciones de contorno. Puede variar de moderada a extrema, incluso referida a la misma geometría de lámina bajo una carga o condiciones de contorno distintos. Por ejemplo, un cilindro sometido a una compresión axial es extremadamente sensible a las imperfecciones, mientras que la misma lámina, sometida a una presión externa, muestra un sensibilidad mucho menor.

Esta lección se ocupa del diseño de cilindros no rigidizados. El comportamiento de pandeo bajo dos tipos diferentes de carga, compresión axial y presión externa, se describe primero desde un punto de vista cualitativo. A continuación se presenta un procedimiento de diseño adecuado, basado en las Recomendaciones ECCS sobre el Pandeo de Láminas [1]. También se expone el comportamiento de interacción correspondiente a los dos tipos de carga.

2. CILINDROS NO RIGIDIZADOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN AXIAL

Consideraciones generales

Cuando una lámina cilíndrica se ve sometida a una compresión axial uniforme (figura 1), el pandeo puede tener lugar de dos modos:

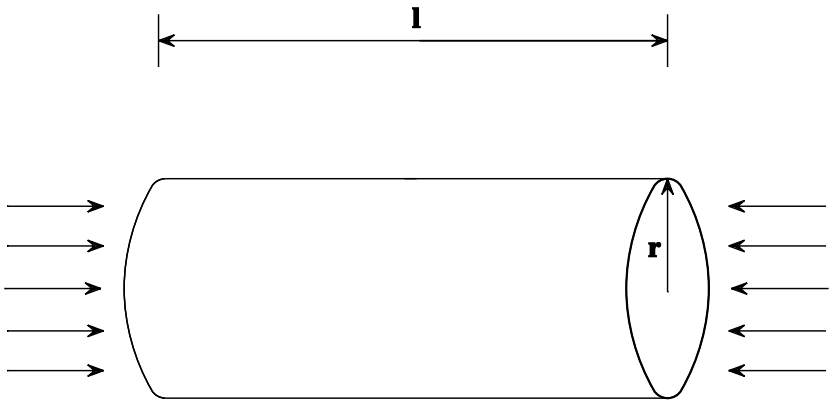


Figura 1 Lámina cilíndrica sometida a compresión axial uniforme

- Pandeo de columna global, si la relación l/r es grande. Este tipo de pandeo no implica una deformación local de la sección transversal, y puede ser analizado mediante métodos para columnas, por ejemplo la fórmula Perry-Robertson. No será objeto de más estudio en la presente lección.
- Pandeo de lámina, que implica deformación local de la sección transversal y que, en general, puede ser:

  axisimétrico, en el que los desplazamientos son continuos en torno a cualquier sección circunferencial, figura 2(a), o

  asimétrico (también llamado cuadricular), en el que se forman ondas tanto en dirección axial como circunferencial, figura 2(b).

En teoría puede apreciarse que ambos modos de pandeo de láminas corresponden a la misma carga crítica de pandeo. Suponiendo unas condiciones de contorno de apoyo simple ($w = 0$ y $m_x = 0$, ver figura 3), que también impiden desplazamientos tangenciales en ambos bordes ($v = 0$), la tensión de pandeo elástico crítica, σ_{cr}, viene dada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\upsilon^2)}}\frac{t}{r} \qquad (1)$$

donde

E es el módulo de elasticidad

t es el espesor del cilindro

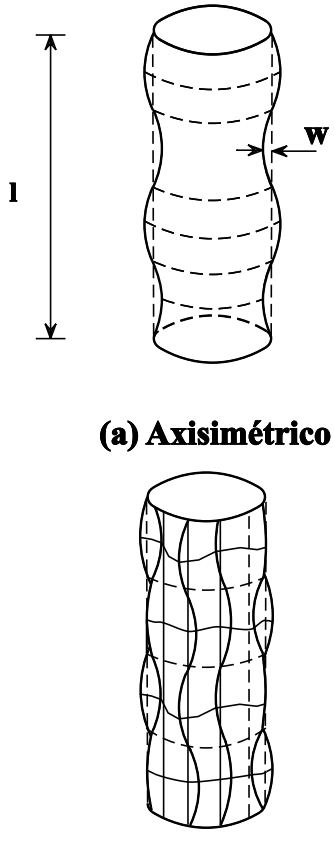


Figura 2 Pandeo de láminas

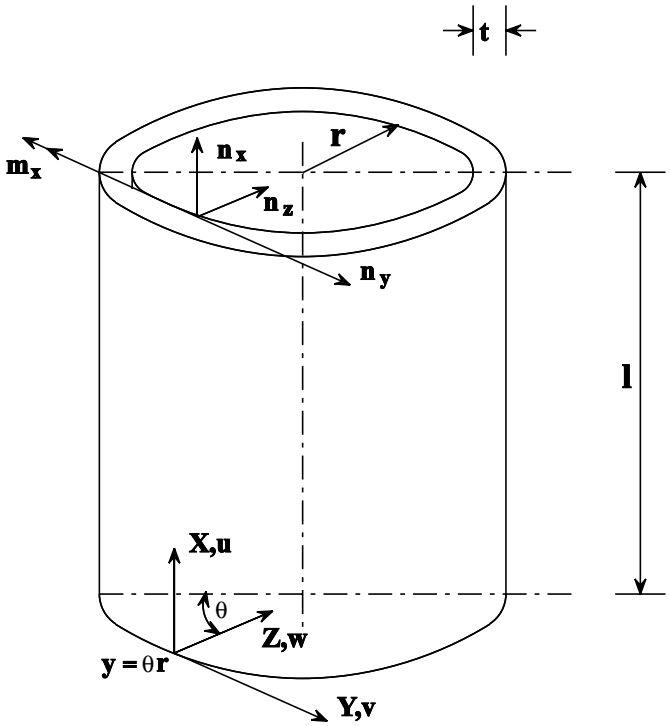


Figura 3 Sistema de ejes y notación para cilindros

r es el radio del cilindro

ν es el coeficiente de Poisson

Hay que apuntar que la tensión de pandeo crítica es independiente de la longitud del cilindro.

El pandeo asimétrico se encuentra más a menudo en cilindros cortos y/o relativamente gruesos. El pandeo asimétrico es más común en cilindros delgados y/o relativamente largos.

Si uno de los extremos del cilindro está libre ($w \neq 0$), la tensión de pandeo crítica cae al 38% de la ofrecida por la ecuación (1). Si, por el contrario, antes que tener un apoyo simple el cilindro está arriostrado por ambos extremos, el aumento de la tensión de pandeo crítica no es tan significativo desde un punto de vista del diseño.

Por otro lado, el cilindro es sensible al desplazamiento tangencial en los contornos [2, 3]. Si éste no se impide ($v \neq 0$), la tensión crítica cae a cerca del 50% del valor ofrecido por la ecuación (1).

Esta ecuación (1) no puede utilizarse directamente para el diseño, pues las láminas cilíndricas son extremadamente sensibles a las imperfecciones bajo una compresión axial. Los códigos de diseño tienen en cuenta la sensibilidad a las imperfecciones introduciendo un factor "reductor", α, de manera que el producto $\alpha\sigma_{cr}$ representa la carga de pandeo de la lámina imperfecta. Han de tenerse en cuenta, además, los efectos plásticos, importantes para una cierta gama de geometrías de cilindro.

El factor "reductor" está en general en función de la geometría de la lámina, de las condiciones de carga, de la amplitud inicial de la imperfección y de otros factores, y se evalúa normalmente por comparación con resultados experimentales. El factor "reductor" se escoge de manera que un alto porcentaje de resultados experimentales (por ejemplo, el 95%) deberá tener cargas de pandeo más elevadas que las correspondientes cargas previstas por el método de diseño. La figura 4 muestra una distribución típica de datos de ensayo para cilindros sometidos a compresión axial, junto con una curva de diseño típica.

Debido a la elevada sensibilidad a las imperfecciones, el método de diseño debe especificar el máximo nivel admisible de imperfecciones. Estas tolerancias están relacionadas con las amplitudes de imperfección medidas en los ensayos utilizados para determinar los factores "reductores" apropiados. Es obvio que las tolerancias no deben ser tan estrictas que sea imposible alcanzarlas mediante procesos normales de fabricación. Debe tenerse en cuenta que el empleo de bases de datos experimentales, que contienen un gran número de probetas de ensayo que no son representativas de una fabricación a escala natural, puede conducir a unos factores "reductores" erróneos.

Lo ideal es que el método de diseño permita al proyectista evaluar la carga de pandeo de

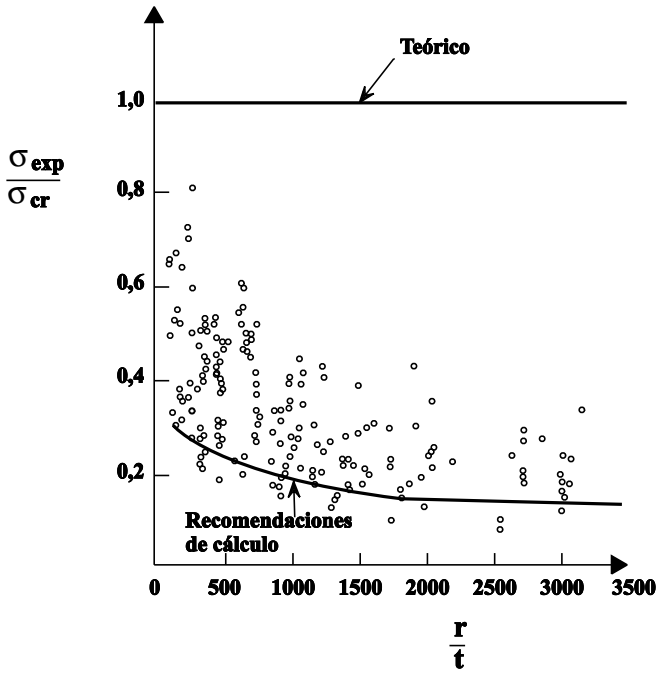


Figura 4 Resultados de ensayos y curvas de cálculo (típica) para cilindros sujetos a compresión axial

un cilindro con imperfecciones que sobrepasan los límites admisibles. En la actualidad existen muy pocos métodos de diseño válidos para imperfecciones mayores, y nunca se llama demasiado la atención sobre la importancia de adherirse a las tolerancias establecidas.

Las bases de datos experimentales utilizadas por diversos códigos para estimar los factores "reductores", pueden variar de forma sustancial. Es verdad que algunas propuestas de diseño se basan en datos antiguos, limitados o inadecuados. Por esta razón, las predicciones de carga de pandeo correspondientes a geometrías de cilindro nominalmente idénticas pueden variar sustancialmente. Las obras [4, 5] presentan comparaciones entre diversos códigos e intentan explicar las razones de las diferencias observadas.

El procedimiento de diseño ECCS

La filosofía general adoptada en las recomendaciones ECCS [1] se ofrece en [6]. A continuación se presenta el método de diseño para cilindros sometidos a compresión axial, junto con algunos comentarios explicativos.

El método propuesto es válido para cilindros que cumplen la condición w = v = 0 en los apoyos, es decir, con prevención de los desplazamientos radiales y tangenciales, ver figura 3, y para geometrías que no sobrepasan el siguiente límite geométrico:

$$\frac{l}{r} \leq 0,95\sqrt{\frac{r}{t}} \qquad (2)$$

Este límite se impone para impedir la posibilidad de un pandeo global de columna en interacción con el pandeo de lámina.

El cilindro debe también satisfacer las tolerancias de imperfección. Estas deben verificarse en cualquier parte de la superficie de la lámina, empleando una barra recta o una galga circular, como se muestra esquemáticamente en la figura 5. La longitud de la barra o la galga, l_r, está en relación con el tamaño de los pandeos potenciales [1]. La imperfección admisible, $\overline{w}$, viene dada por:

$$\overline{w} = 0,01 l_r \qquad (3)$$

La exigencia de resistencia para cilindros sometidos a compresión axial uniforme viene dada por:

$$\sigma_d \leq \sigma_u \qquad (4)$$

donde σ_d es la tensión de compresión axial aplicada (efecto de carga característico).

σ_u es el valor previsto de la tensión de pandeo (resistencia característica).

Así, el objetivo es determinar el valor σ_u, o de forma equivalente, el valor de la relación σ_u/f_y, donde f_y es la tensión de fluencia característica especificada.

El método propuesto aparece representado esquemáticamente en la figura 6, donde σ_u/f_y se traza frente a un parámetro de esbeltez, λ. Este parámetro se define como:

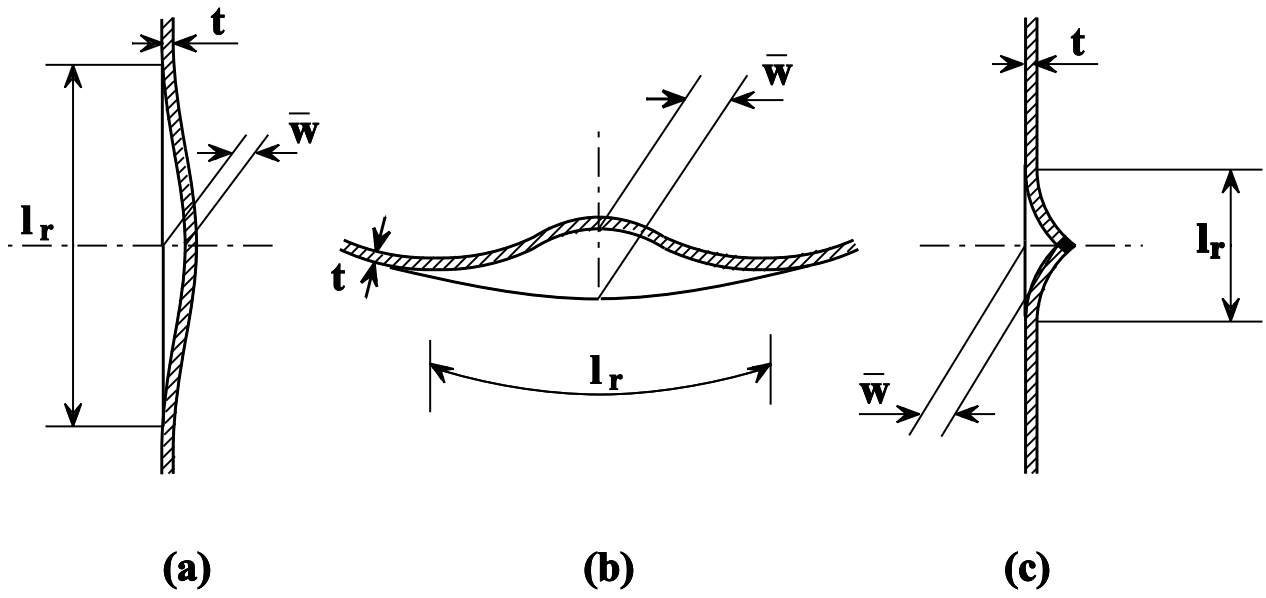


Figura 5 Imperfecciones

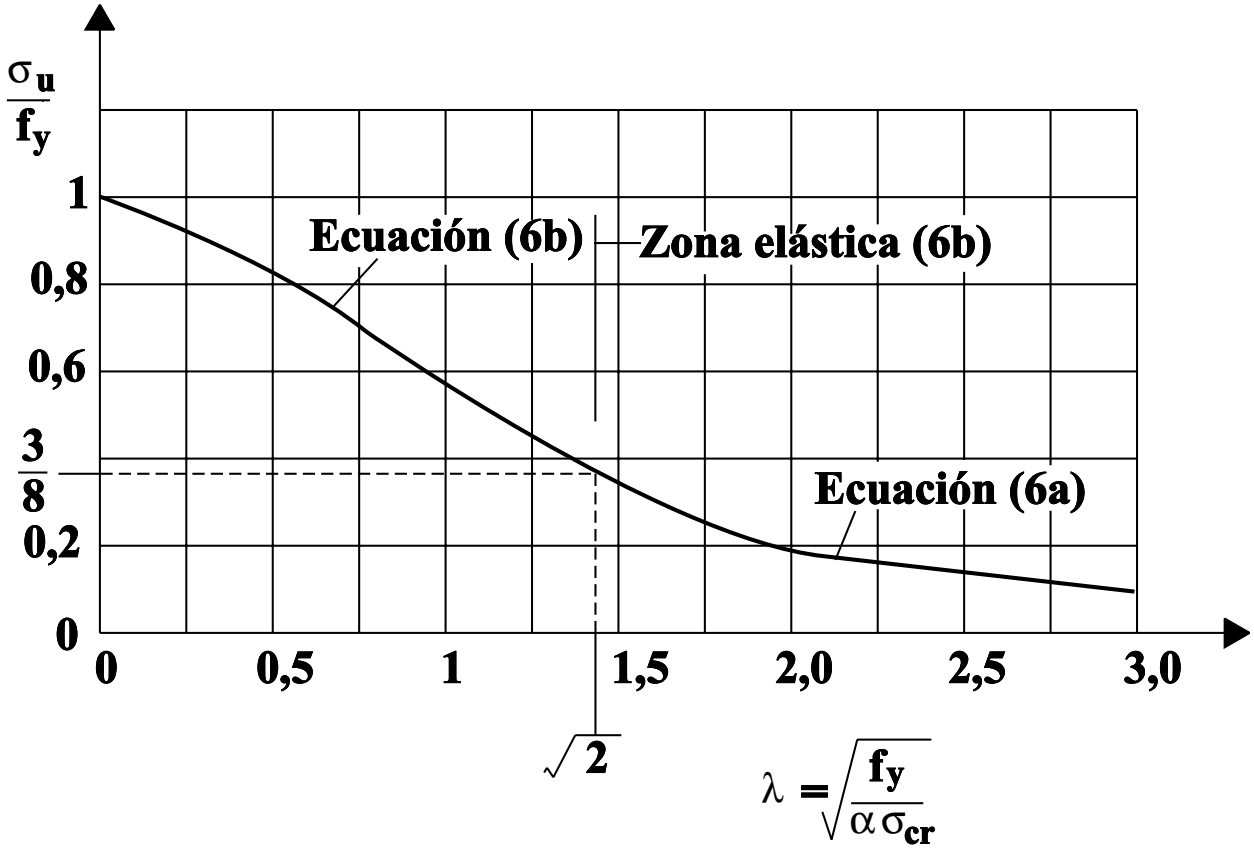


Figura 6 Fórmula de cálculo de la ECCS para cilindros no rigidizados

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_y}{\alpha\,\sigma_{cr}}} \qquad (5)$$

donde σ_{cr} es la tensión elástica de pandeo crítica de un cilindro perfecto, dada por la ecuación (1)

α es el factor "reductor", en representación del efecto perjudicial de las imperfecciones, tensiones residuales y perturbaciones de borde.

Como puede apreciarse en la figura 6, se definen dos zonas: la primera, para la que $\lambda \geq \sqrt{2}$, define la zona de pandeo elástico, mientras que $\lambda \leq \sqrt{2}$ define la zona de pandeo plástico.

Con $\lambda \geq \sqrt{2}$ o, de forma equivalente, con $\alpha\sigma_{cr} \leq 0{,}5f_y$ (es decir, cuando la tensión de pandeo de la lámina imperfecta es inferior a la mitad del valor característico de la tensión de fluencia), se estima que rige el pandeo elástico y la curva de diseño viene dada por

$$\frac{\sigma_u}{f_y} = \frac{1}{\gamma}\,\frac{1}{\lambda^2} \qquad (6a)$$

donde $1/\gamma$ es un factor de seguridad adicional introducido para este tipo de geometría y de carga, en representación de la extrema sensibilidad a las imperfecciones y del desfavorable comportamiento posterior al pandeo; para $1/\gamma$ se recomienda un valor de 3/4.

Para $\lambda \leq \sqrt{2}$ ($\alpha\sigma_{cr} \geq 0{,}5f_y$), los aspectos no lineales del material también juegan su papel (pandeo plástico) y la curva de diseño viene dada por:

$$\frac{\sigma_u}{f_y} = 1 - 0{,}4123\,\lambda^{1{,}2} \qquad (6b)$$

El factor "reductor" α, que aparece en la ecuación (5), se ha deducido de comparaciones con resultados experimentales y se determina partiendo de las siguientes ecuaciones, trazadas en la figura 7. Estas ecuaciones son aplicables si la amplitud de las imperfecciones en cualquier parte de la lámina es inferior o igual al valor dado por la ecuación (3). Hay que subrayar la dependencia de α con respecto a la esbeltez del cilindro r/t.

$$\alpha = \frac{0{,}70}{\sqrt{0{,}1 + 0{,}01\frac{r}{t}}} \quad \text{para } r/t < 212$$

para $r/t < 212$ (7a)

$$\alpha = \frac{0{,}70}{\sqrt{0{,}1 + 0{,}01\frac{r}{t}}} \quad \text{para } r/t > 212 \qquad (7b)$$

En [7] se ofrecen detalles de la base de datos experimental utilizada para deducir estas ecuaciones.

También hay que apuntar en relación con la figura 6, que σ_u/f_y se aproxima a la unidad en cilindros muy robustos (λ cercana a 0) y, además, que existe una transición muy suave del pandeo elástico al plástico en el cambio de fórmulas, como se esperaría desde un punto de vista físico.

Si la amplitud máxima de las imperfecciones reales del cilindro es e doble del valor dado por la ecuación (3), el valor del factor "reductor" dado por las ecuaciones (7a) y (7b) se divide por dos. Cuando $0{,}01\,l_r \leq \omega \leq 0{,}02\,l_r$ la interpolación lineal entre α y $\alpha/2$ ofrece el factor "reductor" requerido.

Aunque el factor "reductor" α cubre una ligera e inevitable irregularidad de los apoyos del cilindro, debe tenerse cuidado de introducir las fuerzas de compresión uniformemente en el cilindro, y de evitar perturbaciones en los bordes.

Por último, el procedimiento anterior se ocupa del diseño de pandeo de láminas de cilindros que cumplen el límite impuesto por la ecuación (2). Sin embargo, los cilindros muy cortos fallan por pandeo de tipo placa, que depende de

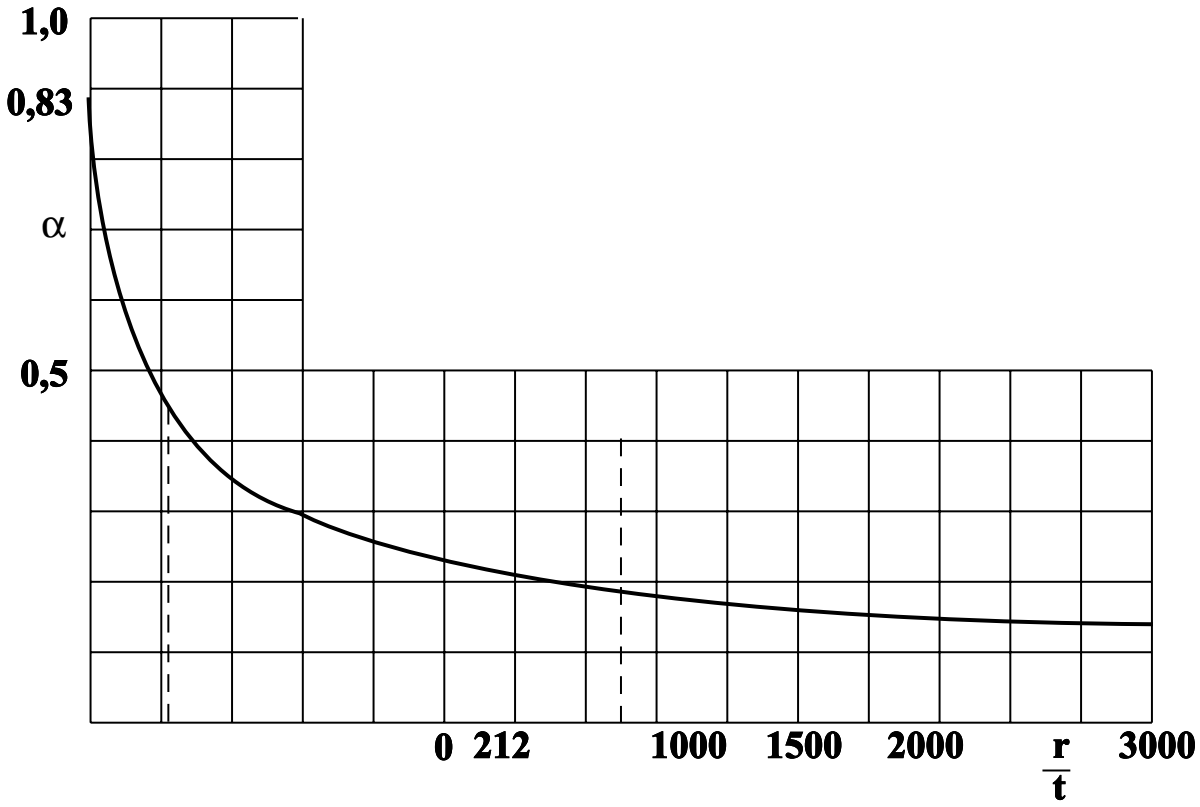


Figura 7 Representación gráfica del factor reductor de la ECCS

la longitud del cilindro, antes que por pandeo de láminas. En este caso, las bandas meridionales de la pared del cilindro sufren el pandeo como las bandas de una placa "ancha" sometida a compresión, y no muestran la sensibilidad a las imperfecciones asociada al comportamiento de tipo lámina.

Aquí σ_u viene dado por:

Para $\sigma_E \leq 0{,}5\ f_y$ (pandeo elástico)

$$\sigma_u = \sigma_E \qquad (8a)$$

Para $\sigma_E \geq 0{,}5\ f_y$ (pandeo plástico)

$$\sigma_u = f_y \left[1 - 0{,}25\left(\frac{f_y}{\sigma_E}\right)\right] \qquad (8b)$$

donde σ_E es la tensión elástica de pandeo crítica de una placa "ancha" de longitud l y espesor t, dada por

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12\,(1-\upsilon^2)\,l^2} \qquad (9)$$

En general, con cualquier geometría concreta, deben evaluarse ambas ecuaciones (6) y (8) y tomarse para σ_u el valor mayor. Sin embargo, la ecuación (8) ofrece un valor mayor que la ecuación (6) solo con cilindros muy cortos. Es muy fácil calcular que para el pandeo elástico, es decir comparando la ecuación (6a) y la ecuación (a), esto es cierto cuando

$$\frac{l}{r} < \frac{1{,}411}{\sqrt{\alpha}}\sqrt{\frac{t}{r}} \qquad (10)$$

3. CILINDROS NO RIGIDIZADOS SOMETIDOS A PRESIÓN EXTERNA

Consideraciones generales

La presión externa puede aplicarse o bien de manera puramente radial, como "carga de presión externa" (figura 8(a)), o bien alrededor de toda la lámina cilíndrica, o sea radial y axialmente (figura 8(b)), como "carga externa de presión hidrostática".

Para la presión lateral externa, la tensión circunferencial σ_θ, en el estado anterior al pandeo y alejada de los apoyos, se relaciona con la presión aplicada, p, mediante una fórmula simple:

$$\sigma_\theta = \frac{r}{t} p \qquad (11)$$

En este caso, la tensión axial $\sigma_x = 0$.

Para la presión hidrostática externa, la tensión circunferencial vuelve a darla la ecuación (11), pero la tensión axial $\sigma_x = 0{,}5\sigma_\theta$.

En este último caso, el cilindro está de hecho sometido a una carga axial y de presión combinada. Esto se examinará en la sección 4, donde se describe el comportamiento de interacción en su totalidad.

Suponiendo unas condiciones de apoyo simple clásicas (v = w = 0 y $n_x = m_x = 0$, en los apoyos) e ignorando el efecto de las condiciones de contorno en el estado anterior al pandeo, es posible deducir la presión elástica de pandeo crítica del cilindro. Esto se conoce como la presión crítica de von Mises, p_{cr}

$$P_{cr} = \frac{E}{12(1-\upsilon^2)}\left(\frac{t}{r}\right)^3 \left[n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \upsilon}{-1 + \dfrac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2}} \right] + \frac{E\,t}{r}\left[\frac{1}{(n^2-1)\left(1 + \dfrac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2}\right)^2} \right]$$

Como puede apreciarse, p_{cr} depende de la geometría de la lámina, y en particular de las relaciones l/4 y t/r, de las características del material, E y ν, y del número de ondas circunferenciales completas, n, que se forman con el pandeo. Así, en relación con una geometría y un material determinados, la ecuación (12) debe minimizarse con respecto a n para obtener la menor p_{cr}.

También se han desarrollado expresiones más simples de p_{cr}, por ejemplo mediante las lla-

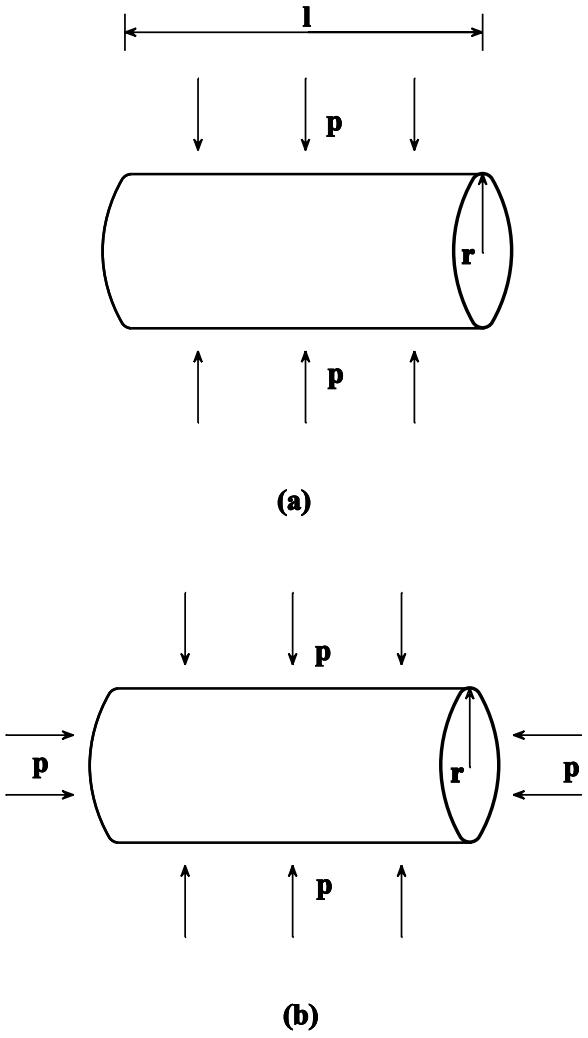


Figura 8 Tipos de carga de presión exterior

madas ecuaciones de Donnell para láminas "estrechas", obteniéndose buenos resultados a condición de que el valor de n que minimiza p_{cr} sea mayor de dos [3].

Por razones similares a las mencionadas en la sección 2, concretamente la sensibilidad a las imperfecciones y los efectos de plasticidad, el valor obtenido por medio de la ecuación (12) no es adecuado de una forma directa para el diseño.

La sensibilidad a las imperfecciones de láminas cilíndricas sometidas a presión externa no es tan grave como bajo una compresión axial. Esta diferencia se ha demostrado de una manera teórica y experimental y se refleja en los factores "reductores" utilizados en el diseño.

A pesar de una sensibilidad reducida a las imperfecciones, entre los diversos códigos [5] existen considerables, debidas posiblemente a los diferentes enfoques teóricos adoptados (ver también [4]).

El procedimiento de diseño ECCS

El procedimiento descrito a continuación solo se aplica a una presión externa uniforme. Este método no cubre la presión debida a la carga de viento. Además, la circularidad de los cilindros debe estar dentro de hasta un 0,5% del radio medido para el centro exacto. Deben escogerse al menos 24 puntos a distancias iguales en torno a la circunferencia para establecer si el cilindro satisface esa tolerancia de ovalización. Por último, el procedimiento es válido para cilindros con los apoyos simples "clásicos" durante el pandeo (es decir, $n_x = v = w = m_x = 0$) y no se aplica a los que tienen uno o dos bordes libres.

La exigencia de resistencia viene dada por:

$$p_d \leq p_u \qquad (13)$$

donde p_d es la presión externa uniforme aplicada (carga característica).

p_u es la presión prevista (resistencia característica).

El primer paso consiste en calcular la presión p_y a la que la tensión circunferencial, a media longitud del cilindro, alcanza la tensión de fluencia. De la ecuación (11) se deduce que

$$P_y = \frac{t}{r} f_y \qquad (14)$$

Es obvio que cuando $p_u = p_y$, el cilindro es tan robusto que el pandeo no juega papel alguno en la determinación de la presión prevista.

A continuación se calcula p_{cr}, la presión elástica de pandeo crítica, mediante una fórmula que es una ligera modificación de la ecuación de von Mises (12), según se expone en [8]. La ecuación presenta esta forma:

$$P_{cr} = E \frac{t}{r} \beta_{min} \qquad (15)$$

donde β_{min} es el valor mínimo de β con respecto a n. La expresión de β viene dada por

$$\beta = \frac{1}{n^2 - 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi r}{l}\right)^2} \left\{ \frac{1}{\left[\left(\frac{nl}{\pi r}\right) + 1\right]^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{t^2}{12 r^2 (1 - \upsilon^2)} \left[n^2 - 1 + \left(\frac{\pi r}{l}\right)^2 \right]^2 \right\} \qquad (16)$$

En [1] se ofrece también un gráfico que puede utilizarse en la evaluación de β_{min}. Además, β_{min} puede estimarse de un modo aproximado partiendo de

$$\beta_{min} = \frac{0,855}{(1 - \upsilon^2)^{0,75}} \frac{r}{l} \left(\frac{t}{r}\right)^{1,5} \qquad (17)$$

Una vez calculados p_y y p_{cr}, se define un parámetro de esbeltez adecuado mediante

$$\lambda = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr}}} \qquad (18)$$

Si $\lambda \geq 1$, tiene lugar el pandeo elástico y la presión prevista se determina partiendo de

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{\alpha}{\lambda^2} \qquad (19)$$

donde α es el factor "reductor" en representación de la sensibilidad a las imperfecciones.

De los resultados de unos 700 ensayos se obtiene que $\alpha = 0{,}5$. Nótese que, a diferencia del factor "reductor" referido a la compresión axial, en este caso α es independiente de la esbeltez de la lámina, r/t.

En la zona plástica, $0 \leq \lambda \leq 1$, el valor de p_u/p_y se obtiene a partir de la curva representada en la figura 9. Una estrecha aproximación a esta curva se consigue mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{1}{1+\lambda^3} \qquad (20)$$

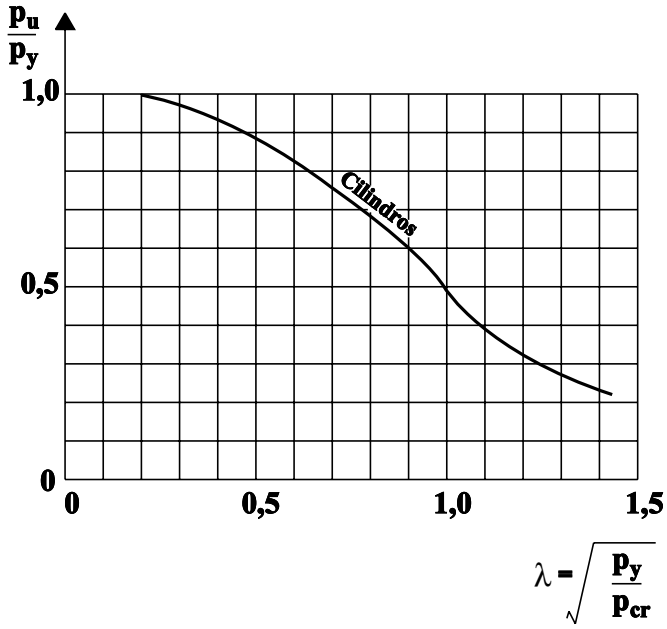


Figura 9 Tensión de diseño de ECCS para cilindro rigidizado bajo presión uniforme

4. CILINDROS NO RIGIDIZADOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN AXIAL Y PRESIÓN EXTERNA

El pandeo de cilindros no rigidizados bajo una carga combinada reviste un considerable interés para los proyectistas. Por ejemplo, la compresión axial y la presión lateral combinadas se encuentran a menudo en la práctica de diseño de plataformas petrolíferas.

Las recomendaciones de diseño disponibles son en su mayoría empíricas. Están basadas en un número de experimentos mucho más limitado que el correspondiente a los dos casos básicos revisados en las secciones 2 y 3.

El pandeo bajo una carga combinada axial y de presión puede ser muy sensible a las imperfecciones, sobre todo cuando la carga está dominada por la compresión axial.

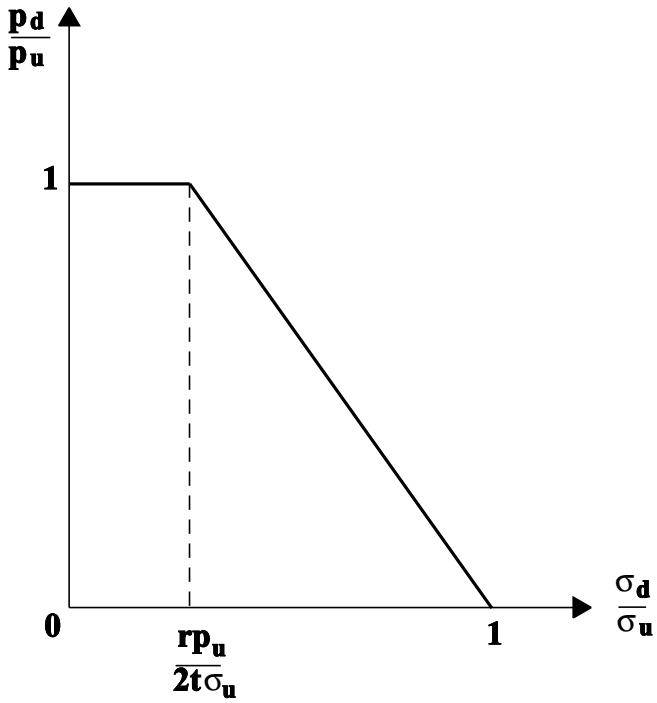


Figura 10 Curva de interacción

Las recomendaciones ECCS [1], al igual que otros códigos, adoptan una interacción lineal por tramos rectilíneos basada en la resistencia al pandeo bajo una compresión axial o una presión externa actuando individualmente. El cilindro debe estar sujeto de modo que v = w = 0 en ambos extremos. Además, debe satisfacer las tolerancias de imperfección señaladas en las secciones 2 y 3.

La figura 10 muestra la curva de interacción. Cualquier combinación de σ_d/σ_u y p_d/p_u que caiga dentro de la zona definida por las dos líneas rectas, es segura. Así, las cargas aplicadas (σ_d, p_d) deben cumplir las dos condiciones siguientes:

$$\text{I: } \sigma_d \le \sigma_u \qquad (21a)$$

$$\text{II: } \frac{P_d}{P_u} \le 1 \quad \text{si } \sigma_d > \frac{r P_u}{2 t} \qquad (21b)$$

o

$$\text{III: } \frac{P_d}{P_u} + \frac{\sigma_d - \frac{r P_u}{2 t}}{\sigma_u - \frac{r P_u}{2 t}} \le 1 \quad \text{si } \sigma_d > \frac{r P_u}{2 t}$$

La ecuación (21b) establece que si la compresión axial aplicada es menor o igual a la producida aplicando una presión hidrostática uniforme, puede alcanzarse la presión prevista correspondiente a la presión externa uniforme. No se considera necesaria una reducción debida a la presencia simultánea de la compresión axial. Sin embargo, si la compresión axial es superior a este valor límite, la resistencia prevista se reduce linealmente según se expresa en la ecuación (21c).

Las pruebas experimentales han demostrado que este diagrama de interacción es conservador.

5. RESUMEN FINAL

Se ha descrito el comportamiento de pandeo de cilindros no rigidizados sometidos a compresión axial y presión externa, y se han identificado los parámetros clave.

Un buen procedimiento de diseño debe tener en cuenta:

- la sensibilidad a las imperfecciones correspondiente a la geometría, a la carga y a las condiciones de contorno, y deducir de ahí los factores "reductores" utilizando datos experimentales fiables;
- las limitaciones que deben imponerse a las imperfecciones admisibles, a la vista de los datos experimentales disponibles, y las características de los procesos de fabricación;
- la interacción entre el pandeo elástico y la fluencia;
- el efecto de las condiciones de contorno.

Se ha presentado el procedimiento propuesto por las recomendaciones ECCS. Los pasos principales para los dos casos de carga individuales son similares y pueden resumirse como sigue:

1. Determinación de la tensión elástica de pandeo crítica de la lámina perfecta.
2. Cálculo del factor "reductor" y, de ahí, de la tensión de pandeo de la lámina imperfecta.
3. Dependiendo de la esbeltez de la lámina, modificación del valor del paso (2) para tener en cuenta el pandeo plástico.

El proyectista debe conocer perfectamente las idealizaciones realizadas en los modelos de diseño y sus limitaciones con respecto a la carga, condiciones de contorno e imperfecciones.

En general, las recomendaciones de diseño se limitan solo a láminas de rotación, con un espesor uniforme y sometidas a distribuciones de carga ideales. En aplicaciones prácticas surgen diversos problemas de los que no se ocupa ninguno de los códigos de diseño actuales [6]. Queda mucho por hacer en este campo, y los diseñadores de láminas deben intentar mantenerse al tanto de los nuevos desarrollos.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] ECCS - European Convention for Constructional Steelwork - Buckling of Steel Shells European Recommendations, Fourth Edition, 1988.

[2] Timoshenko S P and Gere J M, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1982.

[3] Brush D O and Almroth B O, Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill, 1975.

[4] Beedle L S, Stability of Metal Structures: A World View, Structural Stability Research Council, 1991.

[5] Ellinas C P, Supple W J and Walker A C, Buckling of Offshore Structures, Granada, 1984.

[6] Samuelson L A, "The ECCS Recommendations on Shell Stability; Design Philosophy and Practical Applications, in Buckling of Shell Structures, on Land, in the Sea and in the Air", J F Jullien (ed), Elsevier Applied Science, 1991, pp. 261-264.

[7] Vandepitte D and Rathe J, "Buckling of Circular Cylindrical Shells under Axial Load in the Elastic-Plastic Region", Der Stahlbau, Heft 12, 1980, S. 369-373.

[8] Kendrick, S B, "Collapse of stiffened cylinders under external pressure", Paper C190/72 in proc. Conf. on Vessels under Buckling Conditions, Instn of Mech. Engrs., London, 1972.

ESDEP TOMO 10
PLACAS Y LÁMINAS

Lección 10.9: Diseño de Láminas Cilíndricas Rigidizadas

OBJETIVOS/CONTENIDO

Describir el comportamiento de pandeo de láminas rigidizadas y analizar los diferentes tipos de fallo. Se presenta un procedimiento práctico de diseño, basado en las recomendaciones europeas, para cilindros con rigidización de largueros sometidos a una carga axial.

LECCIONES AFINES

Lección 10.1: Introducción al Comportamiento y Diseño de Placas

Lección 10.6: Introducción a las Estructuras de Láminas

Lección 10.7: Análisis Básico De Estructuras de Láminas

Lección 10.8: Diseño de Cilindros No Rigidizados

RESUMEN

Se presenta el comportamiento de pandeo de estructuras de láminas rigidizadas y se exponen los diferentes tipos de fallo. El diseño de la lámina ha de tener en cuenta el pandeo de lámina local (limitado al panel de lámina entre los rigidizadores) y el pandeo de panel rigidizado (o inestabilidad de recuadro), en el que participan tanto el panel de lámina como los largueros. También debe evitarse el pandeo de los propios largueros. Se presenta asimismo el procedimiento de diseño pertinente en esta cuestión, según se propone en las recomendaciones ECCS [1].

1. INTRODUCCIÓN

En las lecciones 10.6 y 10.7 se han presentado diversos aspectos del comportamiento estructural de láminas, así como los principios más importantes de la teoría de láminas. En particular se ha mostrado cómo la resistencia al pandeo de las estructuras de láminas está influida por las tensiones residuales, las imperfecciones geométricas y, en algunos casos, por la excentricidad de la carga y las condiciones de contorno. Por estas razones las láminas cilíndricas sometidas a compresión axial a menudo fallan con una resistencia al pandeo considerablemente inferior al valor elástico teórico.

La resistencia al pandeo de las láminas cilíndricas se mejora con frecuencia mediante el uso de rigidizadores circunferenciales y/o longitudinales. Su tamaño, separación y situación en el exterior o el interior de la superficie del cilindro son factores que complican el comportamiento de pandeo de la lámina.

En esta lección se presentan los aspectos generales del comportamiento de pandeo de láminas rigidizadas y se trata, como ejemplo de la aplicación de procedimientos prácticos de diseño, el correspondiente a cilindros con rigidización de largueros sometidos a compresión axial.

2. PANDEO DE LAMINAS RIGIDIZADAS

El tipo de fallo de las láminas rigidizadas es múltiple, ya que puede producirse por pandeo global, pandeo local, o una combinación de ambos. Si las cargas críticas relevantes para los dos primeros modos de pandeo no son iguales, no tiene lugar ninguna interacción y, por supuesto, el modo de fallo predominante es el referido a la menor carga de pandeo. Si los dos fenómenos se producen más o menos con la misma carga, la interacción de los dos tipos de pandeo puede en teoría causar una reducción considerable de la carga crítica. Los modos de pandeo interactúan debido a las relaciones no lineales que rigen el comportamiento posterior al pandeo, y provocan una caída brusca de la resistencia portante posterior al pandeo [2, 3].

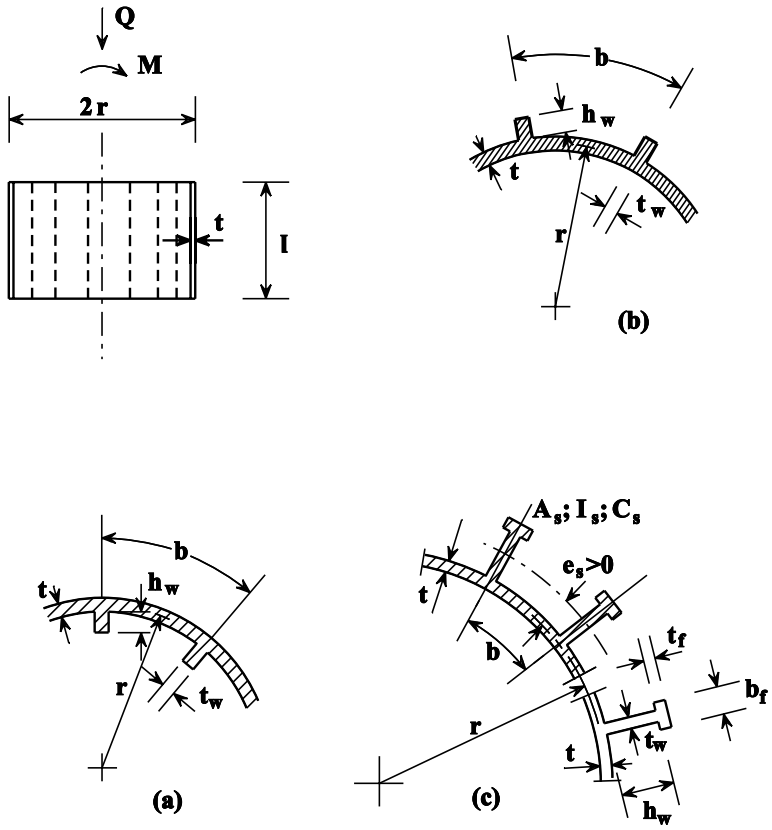


Figura 1 Dimensiones y cargas de un cilindro rigidizado

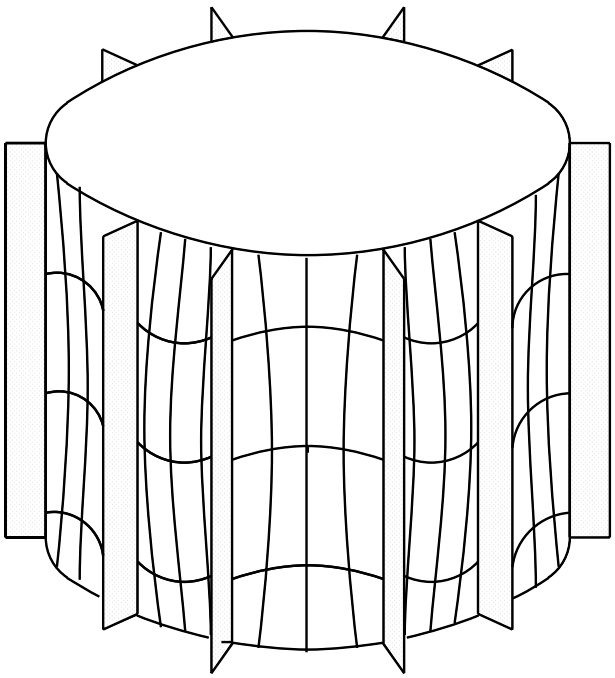


Figura 2 Pandeo local del panel entre rigidizadores

En general, el procedimiento de diseño de una lámina rigidizada (figura 1) sometida a compresión axial y flexión, debe tomar en consideración los siguientes tipos de fallo:

- El pandeo o fluencia de columna global (si la relación L/r es grande).
- El pandeo local entre rigidizadores (pandeo de panel) (figura 2).
- El pandeo local que incluye a varios rigidizadores (pandeo de panel rigidizado) (figura 3).
- El pandeo local de rigidizadores individuales (figura 4).
- La fluencia local de la lámina o de los rigidizadores.

Los rigidizadores longitudinales (largueros), que pueden colocarse en el exterior de la pared de lámina o en el interior, se usan con frecuencia para aumentar la resistencia axial o a la flexión de los cilindros. A conti-

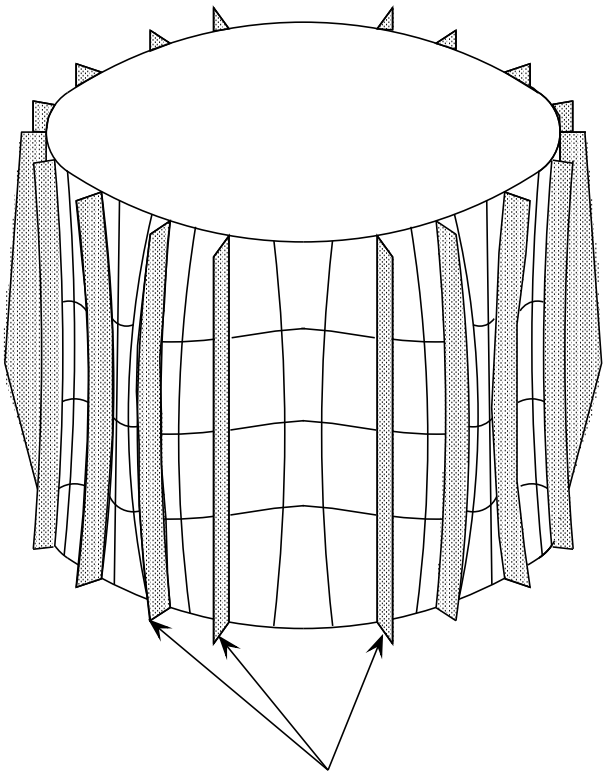


Figura 3 Pandeo local incluyendo a varios rigidizadores

nuación se examina el procedimiento propuesto en las Recomendaciones ECCS [1] para el

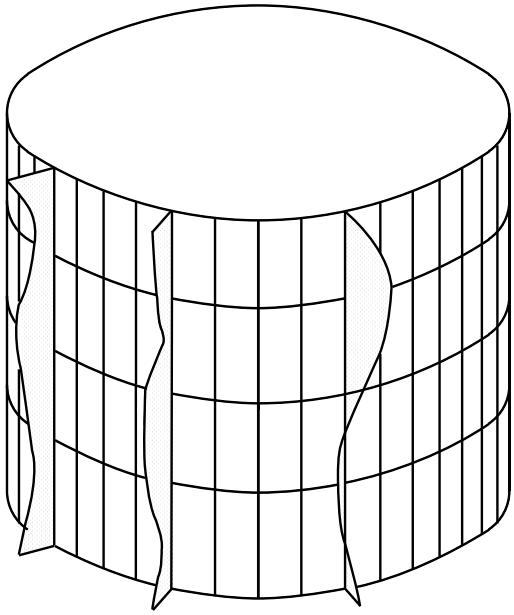


Figura 4 Pandeo de rigidizadores individuales

caso de una lámina cilíndrica con rigidizadores longitudinales y sometida a una compresión meridional. No se tratan aquí las láminas con rigidización anular u ortogonal, pero las recomendaciones de diseño pertinentes son similares a las presentadas en esta lección para las láminas rigidizadas con largueros, y pueden encontrarse en [1].

3. LÁMINAS CILÍNDRICAS CON RIGIDIZADORES LONGITUDINALES Y SOMETIDAS A COMPRESIÓN MERIDIONAL

En las reglas de diseño ECCS correspondientes a una lámina cilíndrica circular con rigidizadores longitudinales y sometida a una compresión y/o flexión axial, se supone que los largueros están distribuidos uniformemente por la circunferencia del cilindro (figura 1). Las propiedades de los rigidizadores son:

A_s es el área de la sección transversal

EI_s es la rigidez a la flexión en torno a la directriz paralela a la pared del cilindro

GC_s es la rigidez a la torsión

e_s es la distancia entre el centro de la superficie de la lámina y el centro de gravedad del rigidizador (positiva para un rigidizador externo).

C_s puede evaluarse mediante la fórmula para secciones abiertas consistentes en bandas planas $\bar{n}$.

$$C_s \cong \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{\bar{n}} b_i\, t_i^3 \qquad (1)$$

Las recomendaciones siguientes se aplican cuando

$$A_s < 2bt, \quad I_s < 15bt^3, \quad GC < \frac{10\,bt^3\,E}{12(1-\upsilon^2)} \qquad (2)$$

4. LIMITACIÓN DE LAS IMPERFECCIONES

Deben limitarse las imperfecciones del elemento lámina situado entre los rigidizadores. Estas limitaciones son similares a las establecidas en la lección 10.8 para cilindros no rigidizados.

La falta interna y externa de rigidez del rigidizador no debe sobrepasar, en la dirección radial, los siguientes valores:

$$\bar{w} \le 0,0015\, l_g \qquad \text{si } \frac{A_s}{b\,t} \ge 0,06 \qquad (3)$$

$$\bar{w} \le 0,0015\, l_g \text{ y } \bar{w} \le 0,01 l_r$$

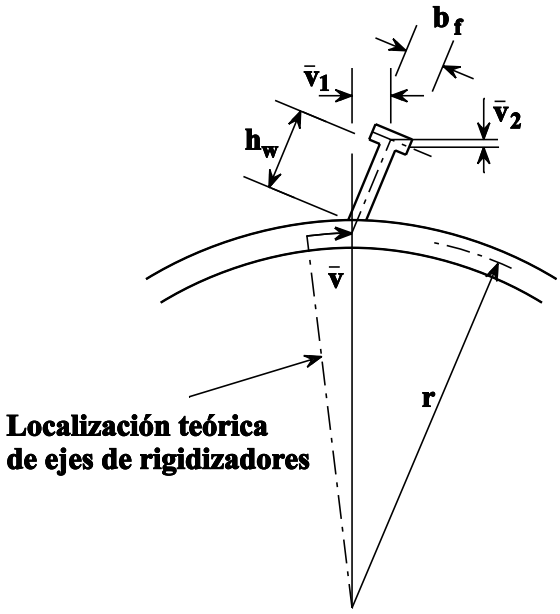


Figura 6 Inclinación inicial de alma de rigidizador

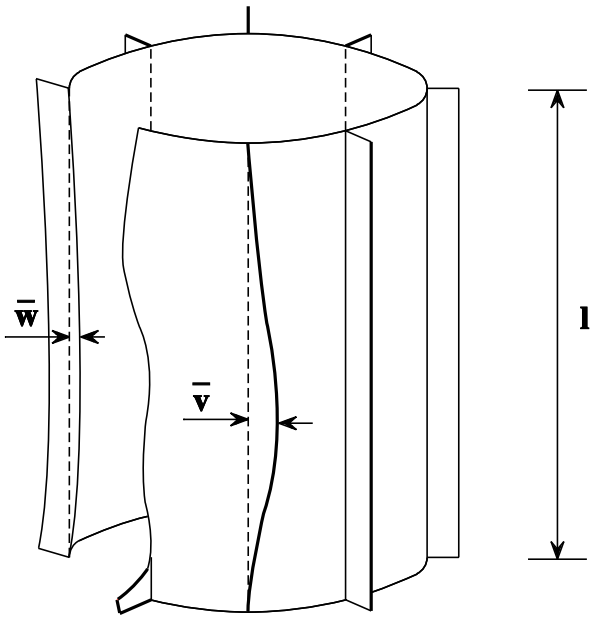


Figura 5 Desalineación lateral de rigidizadores

$$\text{si } 0 \le \frac{A_s}{b\,t} \le 0,06 \qquad (4)$$

Para más detalles, ver (3).

Los límites dados para $\bar{w}$ se aplican también a la sinuosidad circunferencial inicial $\bar{v}$, que es la alineación lateral defectuosa de la unión de los rigidizadores con la lámina (figura 5). La inclinación inicial del alma y de la cabeza del larguero (figura 6) deberá limitarse mediante:

$$\frac{\bar{v}_1}{h_w} \le 0,008 \qquad \frac{\bar{v}_2}{b_f / 2} \le 0,008 \qquad (5)$$

5. CONDICIONES DE RESISTENCIA

El valor de diseño de la tensión de acción meridional extrema se obtiene de:

$$\sigma_d = \frac{Q_d}{2\pi r t_s} = \frac{M_d}{\pi r^2 t_s} \qquad (6)$$

donde:

$$t_s = t + \frac{A_s}{b}$$

El diseño de la lámina ha de tener en cuenta el pandeo de lámina local (con el signo l), limitado a los paneles de lámina entre rigidizadores (figura 2), y el pandeo de panel rigidizado (figura 3) o inestabilidad de recuadro (con el signo p), en el que participan tanto el panel de lámina como los largueros. El pandeo de las almas o las cabezas de los propios rigidizadores debe evitarse limitando la relación de determinadas dimensiones de sección transversal de los largueros (figura 4).

El valor de la tensión de compresión que causa el pandeo de lámina local está representado por σ_{ul}, mientras que σ_{up} representa el valor de la tensión correspondiente al pandeo de elemento rigidizado. El valor de diseño σ_d de la tensión de acción meridional más elevada no deberá sobrepasar ninguna de las dos tensiones de pandeo

$$\sigma_d \leq \sigma_{ul} \quad \text{y} \quad \sigma_d \leq \sigma_{up} \qquad (7)$$

6. PANDEO DE PANEL LOCAL

La tensión elástica crítica, $\sigma_{cr,\,l}$, correspondiente a un panel de lámina perfecto entre largueros, puede tomarse igual a la mayor de dos tensiones críticas relativas a

un cilindro completo perfecto

$$\sigma_{cr,l} = 0,605\,E\,\frac{t}{r}\left(\frac{b}{\sqrt{rt}} \geq 2,44\right) \qquad (8)$$

una placa perfectamente plana

$$\sigma_{cr,l} = 3,6\,E\left(\frac{t}{b}\right)^2\left(\frac{b}{\sqrt{rt}} \leq 2,44\right) \qquad (9)$$

La utilización de la ecuación (9) implica ignorar la rigidez a la torsión de los largueros y la reserva de resistencia posterior al pandeo del panel supuestamente plano.

La tensión local elástica de pandeo de lámina, σ_{ul}, correspondiente a un panel imperfecto, es la mayor de las tensiones σ_{ul1} y σ_{ul2}, siempre y cuando ni $4\sigma_{ul1}/3$ ni σ_{ul2} sobrepasen $0,5\,f_y$, siendo σ_{ul1} y σ_{ul2} las tensiones $\sigma_{cr,\,l}$ reducidas para tener en cuenta las imperfecciones y también, en el caso del pandeo de panel cilíndrico, la sensibilidad a las mismas. De hecho, son los valores determinados a partir de las ecuaciones (8) y (9) reducidos a $\frac{\alpha_l\,\sigma_{cr,l}}{\gamma}$ por un factor α_l y un factor de seguridad parcial γ, donde α_l representa las imperfecciones y γ la sensibilidad a éstas.

En relación con un elemento cilíndrico, α_l viene dado por la ecuación (13) de [1], dividido por dos si la imperfección $\bar{w}$ es igual a $0,02\,l_r$, y obtenido por interpolación lineal si $\bar{w}$ está dentro de un margen de entre $0,01\,l_r$ y $0,02\,l_r$, mientras que γ se toma igual a 4/3.

Para elementos planos se suponen los siguientes factores:

$$\alpha_l = 0,83 \qquad y \qquad \gamma = 1,0$$

De este modo, para un elemento imperfecto se obtienen los siguientes valores de diseño de la tensión elástica de pandeo de lámina:

$$\sigma_{ul1} = \frac{3}{4}\,\alpha_o \times 0,605\,E\,\frac{t}{r} \qquad (10)$$

$$\sigma_{ul2} = 0,83 \times 3,6\,E\left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad (11)$$

Cuando, o bien $4\sigma_{ul1}/3$ o σ_{ul2}, sobrepasan $0,5\,f_y$, entra en juego la deformación plástica y σ_{ul} es la mayor de las tensiones σ_{ul1} y σ_{ul2}, obtenidas de:

$$\sigma_{ul1} = f_y\left[1 - 0,4123\left(\frac{f_y}{0,605\,\alpha_o\,E\,\frac{t}{r}}\right)^{0,6}\right] \qquad (12)$$

$$\text{si } 0,605\,\alpha_o\,E\,\frac{t}{r} > 0,5\,f_y$$

$$\sigma_{ul2} = f_y\left[1 - 0,25\,\frac{f_y}{2,99E\left(\frac{t}{b}\right)^2}\right] \qquad (13)$$

$$\text{si } 0,83 \times 3,6\,E\left(\frac{t}{r}\right)^2 > 0,5\,f_y$$

7. PANDEO DE ELEMENTO RIGIDIZADO

La tensión elástica crítica correspondiente a una lámina cilíndrica rigidizada perfecta, viene dada por:

$$\sigma_{cr,p} = \min\left\{\frac{A_{33}\dfrac{A_{12}A_{23}-A_{13}A_{22}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2}A_{13}+\dfrac{A_{12}A_{13}-A_{11}A_{23}}{A_{11}A_{22}-A_{12}^2}A_{23}}{\left(\dfrac{m\pi}{l}\right)^2}\right\} \quad (14)$$

para n = 0 o n ≥ 4 y m ≥ 1

donde t_s se define en la ecuación (6) y las cantidades A_{11} a A_{33} se definen del siguiente modo:

$$A_{11} = E_\phi\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 \quad G_{\phi\theta}\left(\frac{n}{r}\right)^2$$

$$A_{22} = E_\phi\left(\frac{n}{r}\right)^2 \quad G_{x\theta}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2$$

$$A_{33} = D_\phi\left(\frac{m\pi}{l}\right)^4 + \quad (15)$$

$$+ D_{\phi\theta}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\left(\frac{n}{r}\right)^2 + D_\theta\left(\frac{n}{r}\right)^4 + \frac{E_\theta}{r^2}$$

$$A_{12} = (E_{\phi\theta} + G_{\phi\theta})\left(\frac{m\pi}{l}\right)\left(\frac{n}{r}\right); \quad A_{23} = \frac{E_\theta}{r}\left(\frac{n}{r}\right);$$

$$A_{13} = \frac{E_{\phi\theta}}{r}\left(\frac{m\pi}{l}\right) + C_\phi\left(\frac{m\pi}{l}\right)^3$$

$$E_\theta = \frac{E\,t}{1-\upsilon^2}\left(\frac{b_e}{b}\right) + \frac{E\,A_s}{b};$$

$$E_{\phi\theta} = \frac{\upsilon\,E\,t}{1-\upsilon^2}; \quad E_\theta = \frac{E\,t}{1-\upsilon^2}$$

$$G_{x\theta} = G_{\phi\theta} = \frac{Gt}{2}\left(\frac{b_e}{b}+1\right)$$

$$D_\phi = \frac{Et^3}{12(1-\upsilon^2)}\frac{b_e}{b} + \frac{E\,I_s}{b} + \frac{EA_s\,e_s^2}{b};$$

$$D_\theta = \frac{Et^3}{12(1-\upsilon^2)}$$

$$D_{\phi\theta} = \frac{\upsilon\,Et^3}{6(1-\upsilon^2)} + \frac{Gt^3}{6}\left(1+\frac{b_e}{b}\right) + \frac{GC_s}{b};$$

$$C_\theta = \frac{EA_s\,e_s}{b}$$

El número de semiondas en la dirección longitudinal, m, y el número de ondas completas en la dirección circunferencial, n, debe escogerse de manera que la fórmula (14) se minimice. Los números m y n son enteros, pero en el proceso de minimización pueden permitirse valores decimales para m y n. n = 0 representa el pandeo asimétrico. n = 1 representa el pandeo de columna. Cuando n = 2 o 3, los resultados del proceso de minimización quizá contengan un error del orden del 20 al 25% en el lado inseguro.

La tensión crítica resultante de la ecuación (14) solo es válida si la separación entre largueros es tal, que su número, n_s, cumple la condición

$$n_s \geq 3{,}5\ n \quad (16)$$

Aunque las comparaciones realizadas con los ensayos han demostrado que la ecuación (14) ofrece unos resultados seguros incluso con números n_s muy por debajo del límite de la ecuación (16), dicha ecuación (14) debe utilizarse con prudencia. La evaluación de la rigidez a la torsión, GC_s, de los largueros, que ejerce una marcada influencia sobre $\sigma_{cr,\,p}$, no siempre resulta fácil. En la ecuación (15), $C_s = 0$ indica la anchura eficaz del elemento (figura 7). Este concepto se introdujo por primera vez en la teoría de pandeo de elementos planos (lección 10.1). La distribución de tensiones en paneles planos o curvados se hace no lineal cuando la carga sobrepasa el límite de pandeo (figura 7a). La forma más común de analizar la resistencia pos-

terior al pandeo es sustituir una repartición de tensiones idealizada por la real, de tal modo que se conservan la tensión máxima y la tensión media. Ver, por ejemplo, la figura 7b, donde la tensión máxima σ_{max} es la misma que en la figura 7a y las zonas rayadas tienen el mismo resultado. En la práctica, la anchura eficaz del elemento, b_e, puede obtenerse, aunque no explícitamente, de

$$1.9\, t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \leq b_e = b \sqrt{\frac{\alpha_l\, \sigma_{cr,l}}{\sigma_{cr,p}}} \leq b \quad (17)$$

donde $\alpha_l\, \sigma_{cr,\,l}$ es el mayor de los valores

$0{,}605\, \alpha_o\, E\, \frac{t}{r}$ y $0{,}83 \times 3{,}6\, E \left(\frac{t}{b}\right)^2$.

Dado que en aplicaciones prácticas los largueros están bastante juntos, en la ecuación (17) solo se tiene en cuenta la influencia del pandeo de lámina local y de la fluencia sobre la anchura eficaz.

El límite inferior de la anchura eficaz (ecuación 17) fue propuesto en origen por von Karman. Si $b \leq 1{,}9\, t \sqrt{E / f_y}$, b_e debe establecerse igual a b. Cuando $b > 1{,}9\, t \sqrt{E / f_y}$, $\sigma_{cr,\,p}$ y b_e deben determinarse mediante el procedimiento iterativo reflejado en la figura 8, que puede fácilmente llevarse a cabo en un programa de ordenador. Como valor inicial de prueba de b_e se toma b, luego pueden calcularse las cantidades A_{11} a A_{33}, minimizarse la fórmula (14) y, tras introducirse el valor de tanteo $\sigma_{cr,\,p}$ en la ecuación (17), obtenerse un nuevo valor de b_e. El proceso iterativo se detiene cuando sucesivos valores de b_e y $\sigma_{cr,p}$ son casi iguales.

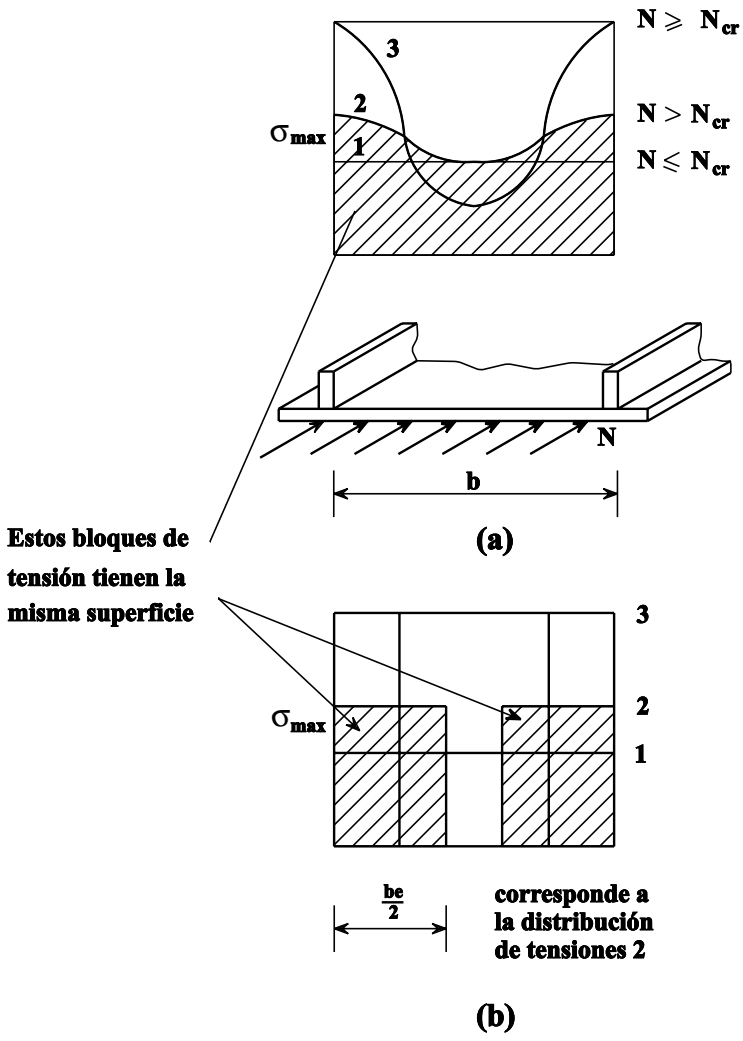


Figura 7 Anchuras efectivas (a) distribución real de tensiones, (b) distribución ideal de tensiones

Ejemplo

Evaluar $\sigma_{cr,\,p}$ para un cilindro de acero dulce de las siguientes características:

r/t = 1000

l/r = 1,6

$n_s = n_s$(min) larguero de llanta externo

E = 205000 Nmm^{-2} f_y = 240 Nmm^{-2}

A_s /(bt) = 0,5 h_w /t_w = 10

La aplicación del procedimiento iterativo de la figura 8, que incluye la anchura eficaz b_e de acuerdo con la ecuación (17), da como resultado la mínima $\sigma_{cr,\,p}$ = 202 Nmm^{-2} para m = 1, n = 11. La anchura eficaz definitiva da b_e = 0,4 b, que en este caso es el límite inferior de von Karman de la ecuación (17).

En [1] se puede encontrar un procedimiento alternativo para determinar $\sigma_{cr,p}$, que puede utilizarse cuando los largueros son barras planas. Se basa en gráficos e incluye también un método no iterativo para evaluar $\sigma_{cr,p}$.

Los resultados obtenidos hasta ahora se refieren a un elemento perfecto, y deben corregirse para incluir el efecto de las imperfecciones. La tensión de pandeo de elemento rigidizado correspondiente a un cilindro rigidizado imperfecto se puede obtener a partir de:

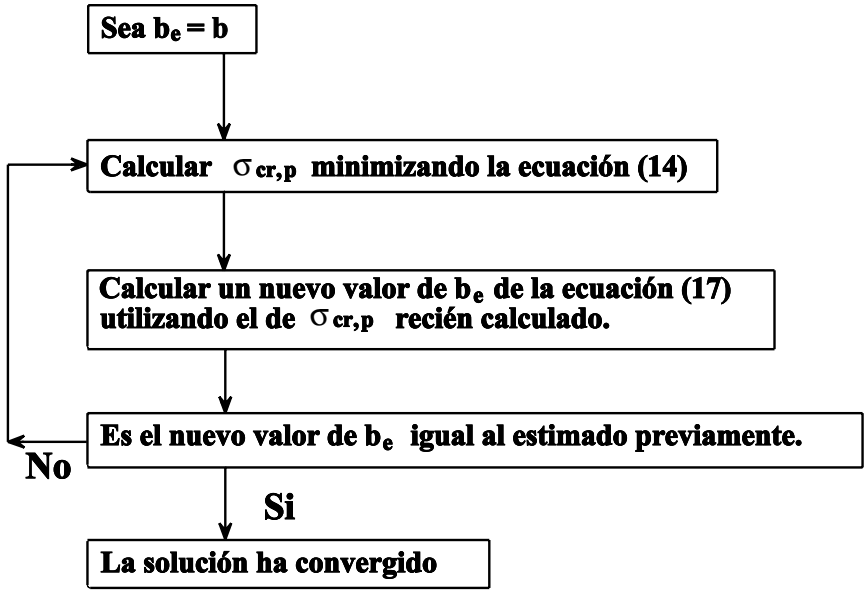


Figura 8 Diagrama de flujo para el cálculo iterativo de $\sigma_{cr,p}$ y b_e

$$\sigma_{up} = \frac{3}{4}\alpha_{sp}\,\sigma_{cr,p} \qquad (18)$$

donde:

$$\alpha_{sp} = 0,65 \quad \text{cuando} \quad \frac{A_s}{b\,t} > 0,2$$

$$\alpha_{sp} = \alpha_o \quad \text{cuando} \quad \frac{A_s}{b\,t} < 0,06$$

$$\text{y tambien si} \quad \frac{r}{t} < 60$$

Puede hallarse α_{sp} por interpolación lineal en el margen intermedio de $\frac{A_s}{b\,t}$, a condición de que $\alpha_{sp}\,\sigma_{cr,p} \le 0,5\,f_y$. α_o es el factor reductor correspondiente a un cilindro no rigidizado de radio r y espesor t (ver lección 10.8).

Dado que los rigidizadores de largueros disminuyen la sensibilidad a las imperfecciones de los cilindros bajo compresión meridional, el valor α_{sp} es mayor que α_o si el efecto de rigidización es muy sustancial.

Se ha demostrado [4] que los rigidizadores externos hacen la lámina más sensible a las imperfecciones.

En el caso de pandeo elasto-plástico la ecuación (18) debe sustituirse por:

$$\sigma_{up} = f_y\left[1 - 0,4123\left(\frac{f_y}{\alpha_{sp}\,\sigma_{cr,p}}\right)^{0,6}\right]$$

$$\text{si} \quad \alpha_{sp}\,\sigma_{cr,p} > 0,5\,f_y \qquad (19)$$

8. PANDEO LOCAL DE LOS LARGUEROS

Para evitar el pandeo local de los largueros (figura 4), las relaciones de las dimensiones de sección transversal de los mismos deberán limitarse como sigue:

$$h_w / t_w \leq 0{,}35 \sqrt{E / f_y}$$

para rigidizadores de sección plana con $t_w \cong t$

$$h_w / t_w \leq 1{,}1 \sqrt{E / f_y} \text{ y } b_f / t_f \leq 0{,}7 \sqrt{E / f_y}$$

para rigidizadores embridados.

9. RESUMEN FINAL

- Se ha examinado el comportamiento de pandeo de láminas rigidizadas y se han expuesto los diferentes tipos de fallo.
- El procedimiento de diseño debe evitar:
  a. el pandeo de lámina local (limitado al elemento de lámina entre rigidizadores)
  b. el pandeo de elemento rigidizado (en el que participan el panel y los rigidizadores)
  c. el pandeo de los propios rigidizadores.

Se ha expuesto en detalle el procedimiento propuesto por ECCS [1] para cilindros con rigidización de largueros.

10. BIBLIOGRAFÍA

[1] European Convention for Construction Steelwork: "Buckling of Steel Shells - European Recommendations", Fourth Edition, ECCS, 1988.

[2] Samuelson, L. A., Vandepitte, D. and Paridaens, R., "The background to the ECCS recommendations for buckling of stringer stiffened cylinders", Proc. of Int. Coll. on Buckling of Plate and Shell Structures, Ghent, pp 513-522, 1987.

[3] Ellinas, C. P. and Croll, J. G. A., "Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed stringer stiffened cylinders", J Strain An., Vol. 18, pp 41-67, 1983.

[4] Hutchinson, J. W. and Amazigo, J. C., "Imperfection Sensitivity of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells", AIAA J, Vol. 5, No. 3, pp. 392-401, 1967.